



МГТУ имени Н.Э. Баумана  
Студенческая научная весна  
Аэрокосмический факультет  
май 2020



## **8. МЕТОД «ЭКВИРАСПРЕДЕЛЕНИЯ» ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ АДАПТИВНО-ПОДВИЖНЫХ СЕТОК**

Автор: студентка гр. АКЗ-81Б  
*Медведева Юлия Андреевна*

Руководитель: к.ф.-м.н., доцент  
*Захаров Андрей Алексеевич*

Москва, 2020

# Проблемы

В настоящее время важнейшими проблемами численного моделирования газодинамических задач являются повышение точности численных расчетов и эффективности численных алгоритмов, а также снижение временных затрат и используемой памяти компьютера.

На рисунке 1 приведено сравнение численного и аналитического решений задачи о распаде произвольного разрыва. Данный рисунок демонстрирует неточность численного решения.

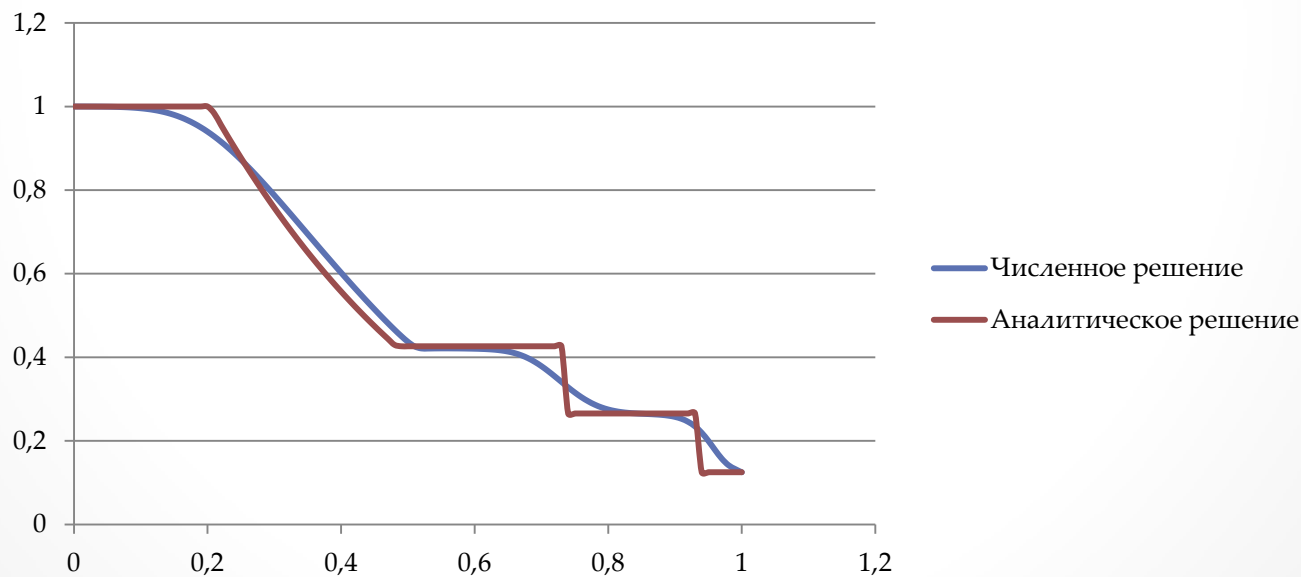


Рисунок 1

# Задача

Цель работы – исследование класса методов построения адаптивно-подвижных расчётных сеток, состоящих из фиксированного числа узлов, которые по ходу решения перераспределяются и собираются в зонах с большими градиентами газодинамических переменных. Рисунок 2 демонстрирует перераспределение узлов динамической адаптивно-подвижной сетки.

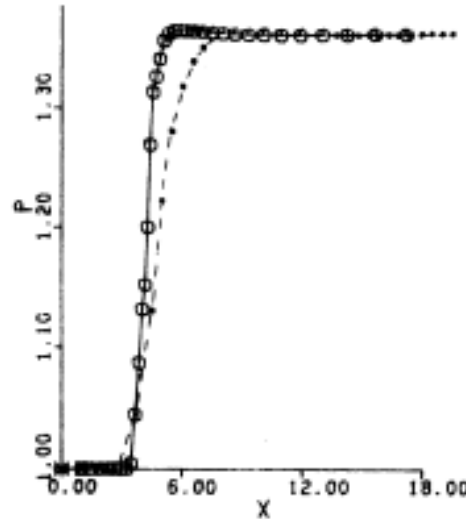


Рисунок 2

Задача – провести численное моделирование решения задачи о распаде произвольного разрыва на равномерной и динамической адаптивно-подвижной сетках. Сравнить полученные результаты с аналитическим решением.

## Актуальность проблем

Современные численные методы для решения задач газодинамики обладают множеством недостатков. Например, для достоверности результатов вычисления необходимы значительные затраты машинного времени. Также возникают вычислительные погрешности, которые значительно отдаляют полученные результаты от достоверных. Все это говорит об актуальности проблемы совершенствования численных методов для газодинамических задач.

Реализация численных алгоритмов с использованием адаптивно-подвижных сеток значительно увеличивает точность расчетов. Применение динамических адаптивно-подвижных сеток дает наилучшие результаты при решении задач с небольшим числом газодинамических особенностей.

## Методы исследования

Численное моделирование, методы адаптивных сеток, газовая динамика.

# Основная часть

## Задача о распаде произвольного разрыва

Рассмотрим трубу, в которой физически один и тот же газ разделен перегородкой. Слева и справа давление и плотность газа различны.

На рисунке 3 приведена иллюстрация к задаче произвольного разрыва.

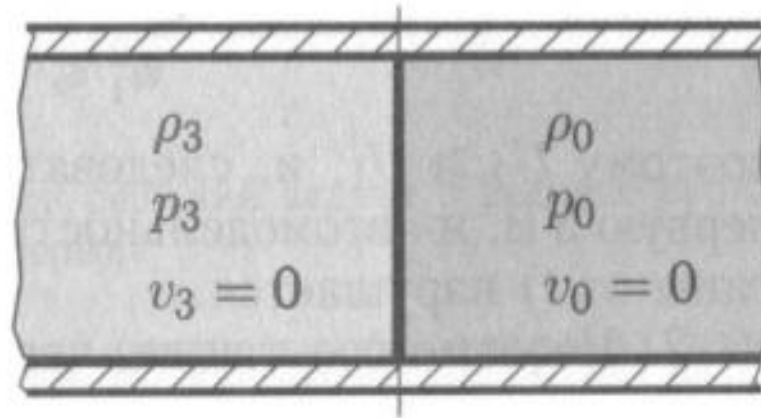


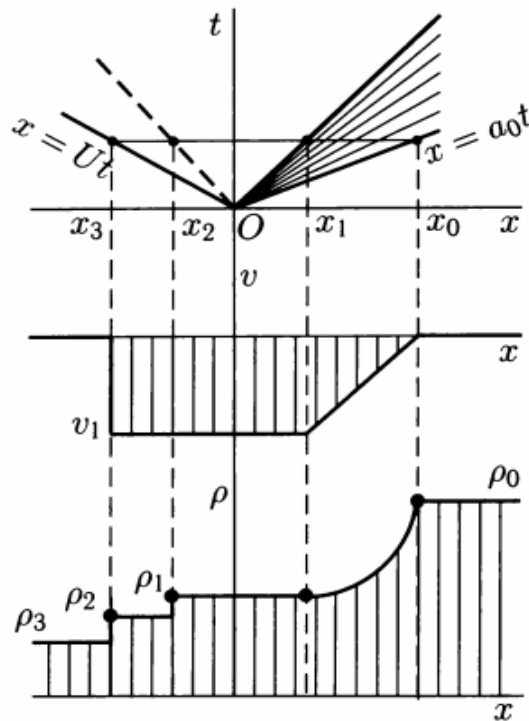
Рисунок 3

Положим, что  $p_0 > p_3$ ,  $\rho_0 > \rho_3$ .

# Основная часть

## Задача о распаде произвольного разрыва

В начальный момент времени перегородка разрушается, и возникает движение газа из области высокого давления в область низкого. Образуются волна разряжения, ударная волна и контактный разрыв [1].



Волна разряжения движется в сторону большего давления, а ударная волна — в сторону меньшего давления. Контактный разрыв неподвижен относительно газа по обеим его сторонам. На рисунке 4 показано решение задачи о распаде произвольного разрыва.

Рисунок 4

# Основная часть

## Метод «эквираспределения»

Суть метода «эквираспределения» заключается в следующем: расстояние между узлами сетки вдоль координатных линий в физическом пространстве уменьшается по мере роста градиента функции в данном направлении [2]. Рисунок 5 иллюстрирует переход от равномерной к динамической адаптивно-подвижной сетке с помощью данного метода.

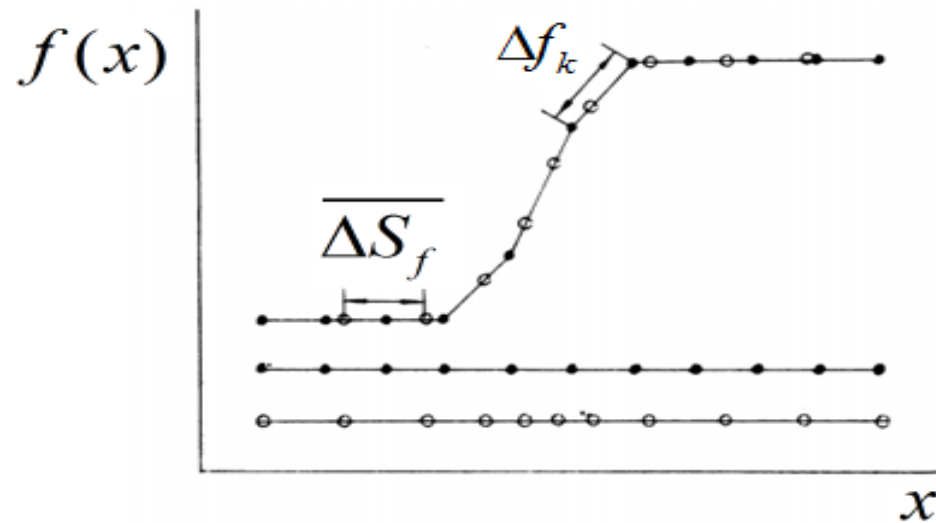


Рисунок 5

# Основная часть

## Метод «эквираспределения»

Алгоритм построения одномерной динамической адаптивно-подвижной сетки состоит в следующем. Вычисляется суммарная длина дуги вдоль кривой :

$$S_f = \sum_{k=1}^{\bar{k}} \sqrt{\Delta S_k^2 + \Delta f_k^2} \quad (1)$$

$$\Delta S_k = x_{k+1} - x_k \quad (2)$$

$$\Delta f_k = f_{k+1} - f_k \quad (3)$$

где  $\bar{k}$  – общее число элементов. Далее определяется средняя длина дуги

$\overline{\Delta S_f} = \frac{S_f}{\bar{k}}$  и кривая  $f(x)$  разбивается на отрезки постоянной длины, равной  $\overline{\Delta S_f}$ . Окончательным этапом является обратный процесс отыскания узлов сетки по их известному расположению на кривой  $f(x)$  [3].

# Результаты

Для демонстрации эффективности использования адаптивно-подвижных сеток при решении задач газодинамики были получены численное решение задачи распада разрыва на равномерной сетке, динамической адаптивно-подвижной сетке и аналитическое решение.

Сравнение результатов показало, что использование динамически адаптивной сетки привело к лучшему приближению численного решения к аналитическому. Наилучшее приближение получено на участке ударной волны.

Однако на участке контактного разрыва не удалось добиться лучшего приближения. Неточность решения на адаптивно-подвижной сетке можно обосновать тем, что была взята разностная схема первого порядка точности.

На рисунке 6 показано сравнение полученных результатов, а на рисунке 7 – график изменения шага адаптивной сетки.

# Результаты

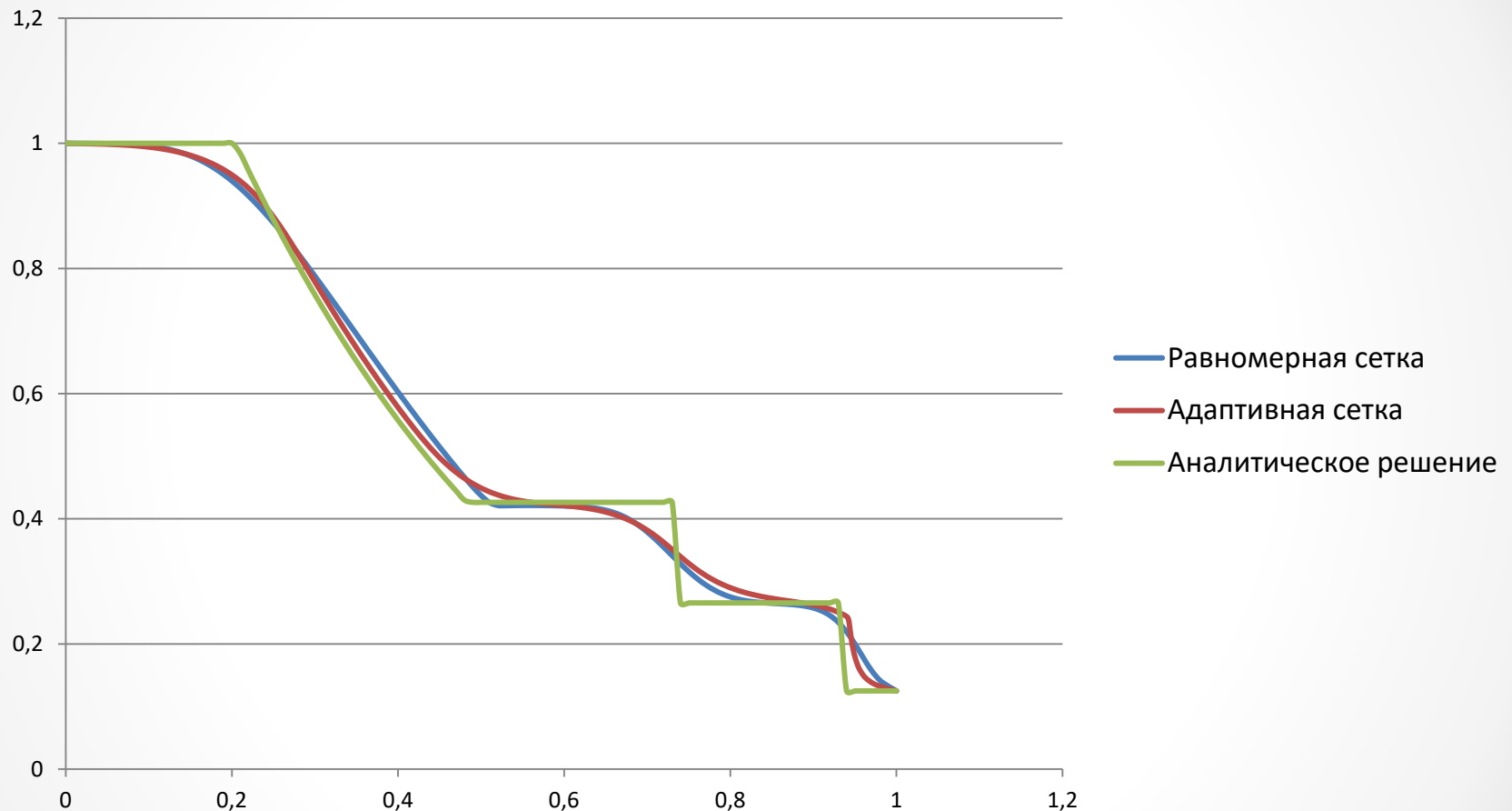


Рисунок 6 – Сравнение задачи распада разрыва на равномерной и адаптивной сетках с аналитическим решением в момент времени  $t=0,25$

# Результаты

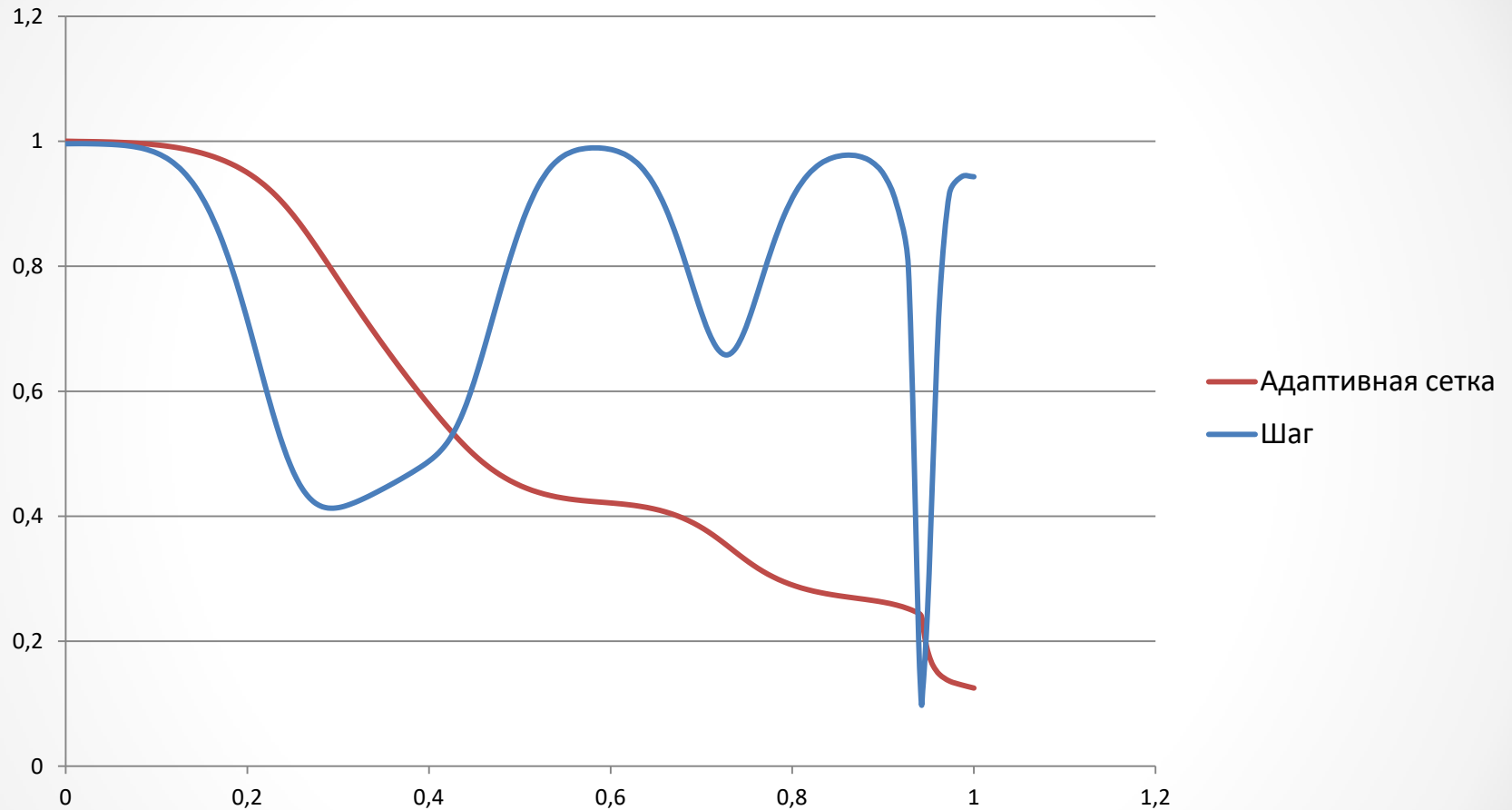


Рисунок 7 – Решение задачи распада разрыва на адаптивной сетке и шаг сетки при  $t=0,25$

# Список литературных источников

- Димитриенко Ю.И., Котенев В.П., Захаров А.А. Метод ленточных адаптивных сеток для численного моделирования в газовой динамике. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2011.
- Гильманов А.Н. Методы адаптивных сеток в задачах газовой динамики. – М.: Наука. ФИЗМАТЛИТ, 2000.
- Гильманов А.Н., Кулачкова Н.А. Численное исследование двумерных течений газа со скачками методом TVD на физически адаптивных сетках// Матем. моделирование. 1995.

**Спасибо  
за  
внимание!**