



МГТУ имени Н.Э. Баумана
Студенческая научная весна
Аэрокосмический факультет
май 2020



4. МЕТОД ТОЧЕЧНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ В ИССЛЕДОВАНИИ АВТОКОЛЕБАНИЙ РЕЛЕЙНОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ С УЧЕТОМ ПОСТОЯННОГО ВОЗМУЩЕНИЯ И ЗОНЫ НЕЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЯ СКОРОСТИ

Автор:
студент гр. АК1-81 **Булавкин** *Владимир Николаевич*

Руководитель: к.т.н., доцент каф. СМ-2
Симоньянц *Ростислав Петрович*

Москва, 2020

Проблема

Наиболее полное исследование динамики релейной системы на фазовой плоскости может быть выполнено методом точечных отображений. Аналитическое построение функций последования при этом вызывает затруднения, поскольку сопряжено с необходимостью отделить лишние корни, обусловленные невозможностью существования определенных траекторий движения. Задача осложняется наличием зоны нечувствительности по скорости.

Задача

Исследовать функции последования точечного отображения, найти способы отделения лишних решений и выделить область существования решений.

Обзор литературы

Гаушус Э.В. «Исследование динамических систем методом точечных преобразований.»

- рассматривался частный случай сильных (ударных) управляющих воздействий;
- параболические фазовые траектории интервалов управляемого движения заменялись отрезками прямых;
- для слабых управляющих воздействий такая модель даёт большие ошибки, имеющие принципиальное значение.

Неймарк Ю.И. «Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний.»

- рассмотрены общие принципы построения точечного отображения при известном общем решении ДУ, описывающем динамическую модель **при фиксированных значениях релейного регулятора**;
- отмечается невозможность использовать для их исследования известных методов;
- метод точечных отображений признается естественным и эффективным.

Фазовые траектории и линии переключения

Общий вид выражения для линий переключения:

$L_i : x + k \cdot v(y, \beta) = c_i$, где $v(y, \beta)$ - нелинейная статическая характеристика ДУС задана кусочно-непрерывной функцией с тремя интервалами непрерывности. Каждая L_i – объединение трёх линейных отрезков.

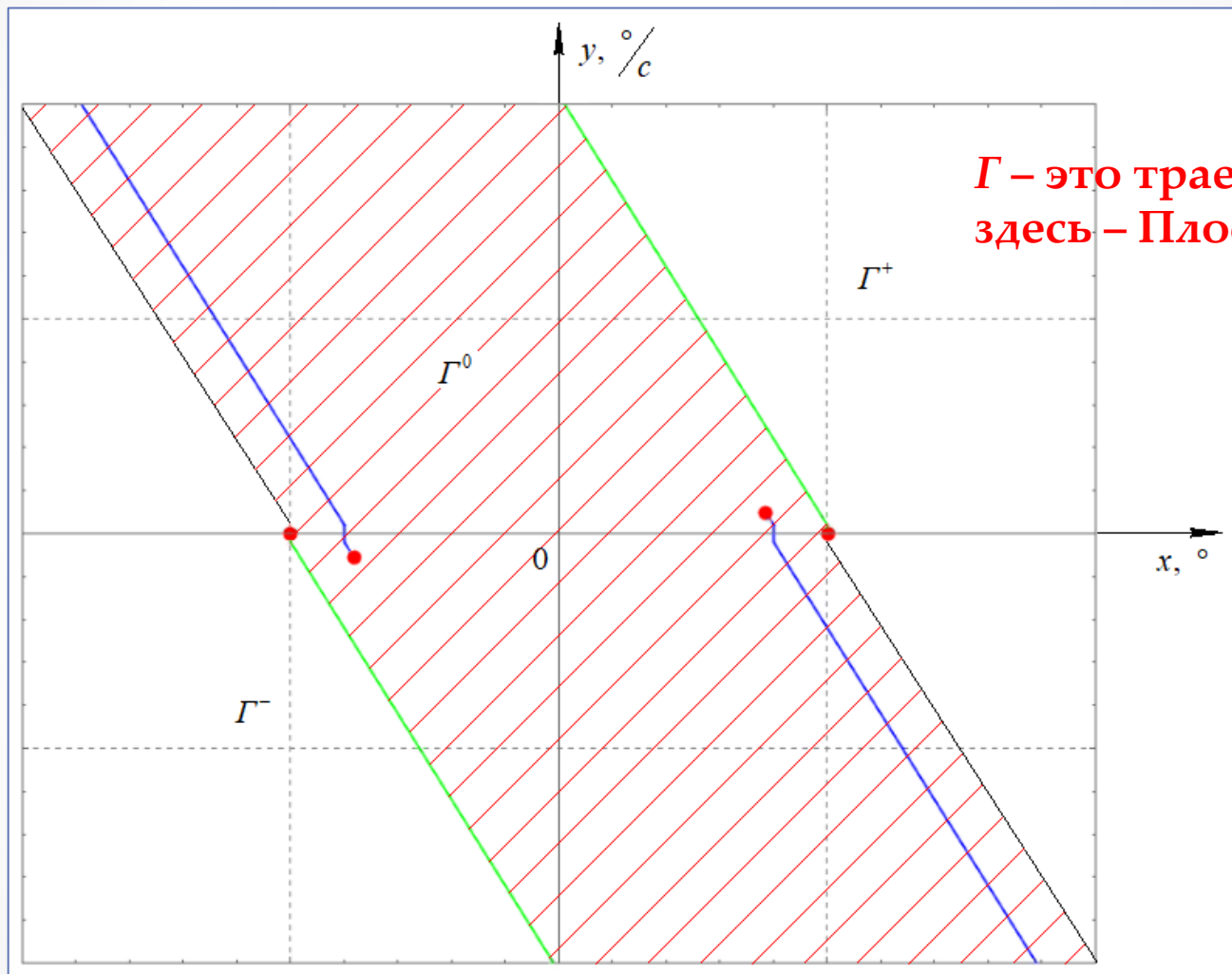
Линии переключения

$$\begin{cases} L_i = L_i^{+1} \cup L_i^0 \cup L_i^{-1}, \quad i = \overline{1, 4}; \\ L_i^{+1} : x + k(y - \beta_1) = c_i, \quad \forall y > \beta_1; \\ L_i^0 : x = c_i, \quad \forall |y| \leq \beta_1; \\ L_i^{-1} : x + k(y + \beta_1) = c_i, \quad \forall y < -\beta_1. \end{cases}$$

Фазовые траектории

$$\begin{cases} \Gamma^F : y^2 - y_0^2 = 2(g - aF)(x - x_0) \\ \left\{ \begin{array}{l} \Gamma^+ : y^2 - y_0^2 = 2(g - a)(x - x_0), \quad F = +1; \\ \Gamma^0 : y^2 - y_0^2 = 2g(x - x_0), \quad F = 0; \\ \Gamma^- : y^2 - y_0^2 = 2(g + a)(x - x_0), \quad F = -1. \end{array} \right. \end{cases}$$

Фазовая плоскость



Γ – это траектории, а
здесь – Плоскости F .

Функции соответствия

$$\left. \begin{aligned} T_{12}^{+1,-1} : y_2 &= k \cdot b - \sqrt{(y_1 - k \cdot b)^2 + 2\varepsilon_2 \cdot b}; \\ T_{23}^{-1,-1} : y_2 &= -kg - \sqrt{(y_2 + kg)^2 + 2g \cdot \varepsilon_1}; \\ T_{34}^{-1,+1} : y_4 &= -k \cdot d + \sqrt{(y_3 + k \cdot d)^2 + 2\varepsilon_2 \cdot d}; \\ T_{41}^{+1,+1} : y_1 &= -kg + \sqrt{(y_4 + kg)^2 + 2g \cdot \varepsilon_1}; \\ T_{21}^{-1,+1} : y_1 &= -kg + \sqrt{(y_2 + kg)^2 + 2g \cdot \varepsilon_2}. \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

Функции последования

$$\begin{aligned} T_1 &= T_{12}^{+1,-1} \cup T_{21}^{-1,+1}, \\ T_2 &= T_{12}^{+1,-1} \cup T_{23}^{-1,-1} \cup T_{34}^{-1,+1} \cup T_{41}^{+1,+1}. \end{aligned}$$

$$\text{где } b = a - g, d = a + g, \varepsilon_1 = h - 2\alpha, \varepsilon_2 = h + 2k\beta_1.$$

Граничные точки

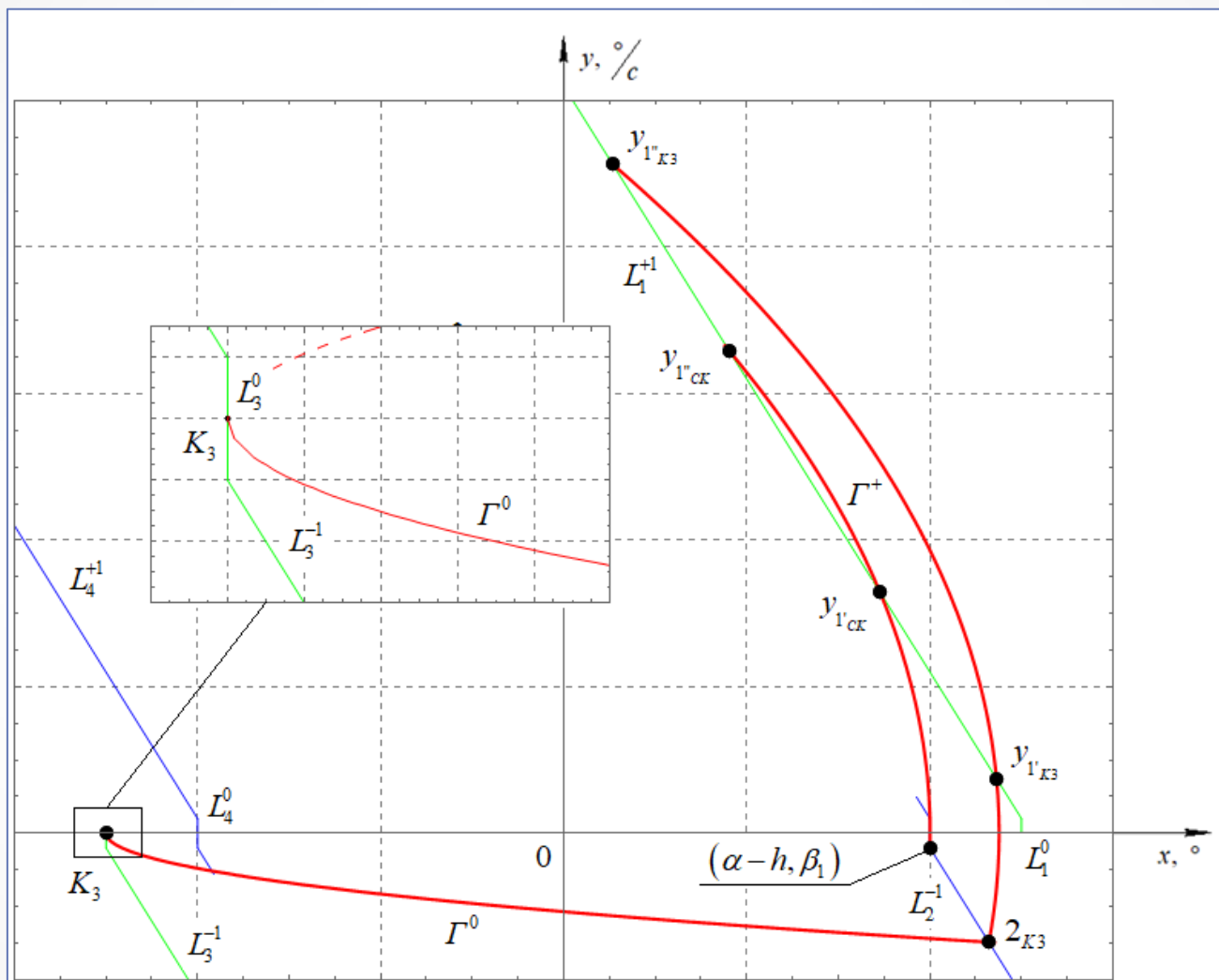
$$y_{1_{K3}, 1_{K3}}' = -kb \pm \sqrt{A + B + 2ak\sqrt{C}}; \quad y_{1_{\beta}, 1_{\beta}}' = -kb \pm \sqrt{A + B + \beta_1^2 + 2ak\sqrt{\beta_1^2 + C}};$$

$$y_{1_{CK}, 1_{CK}}' = -kb \pm \sqrt{A + \beta_1^2 + 2gh - 2agk^2};$$

$$\text{где } A = k^2(g^2 + a^2) + 2k \cdot \beta_1(g - a) - 2a \cdot h;$$

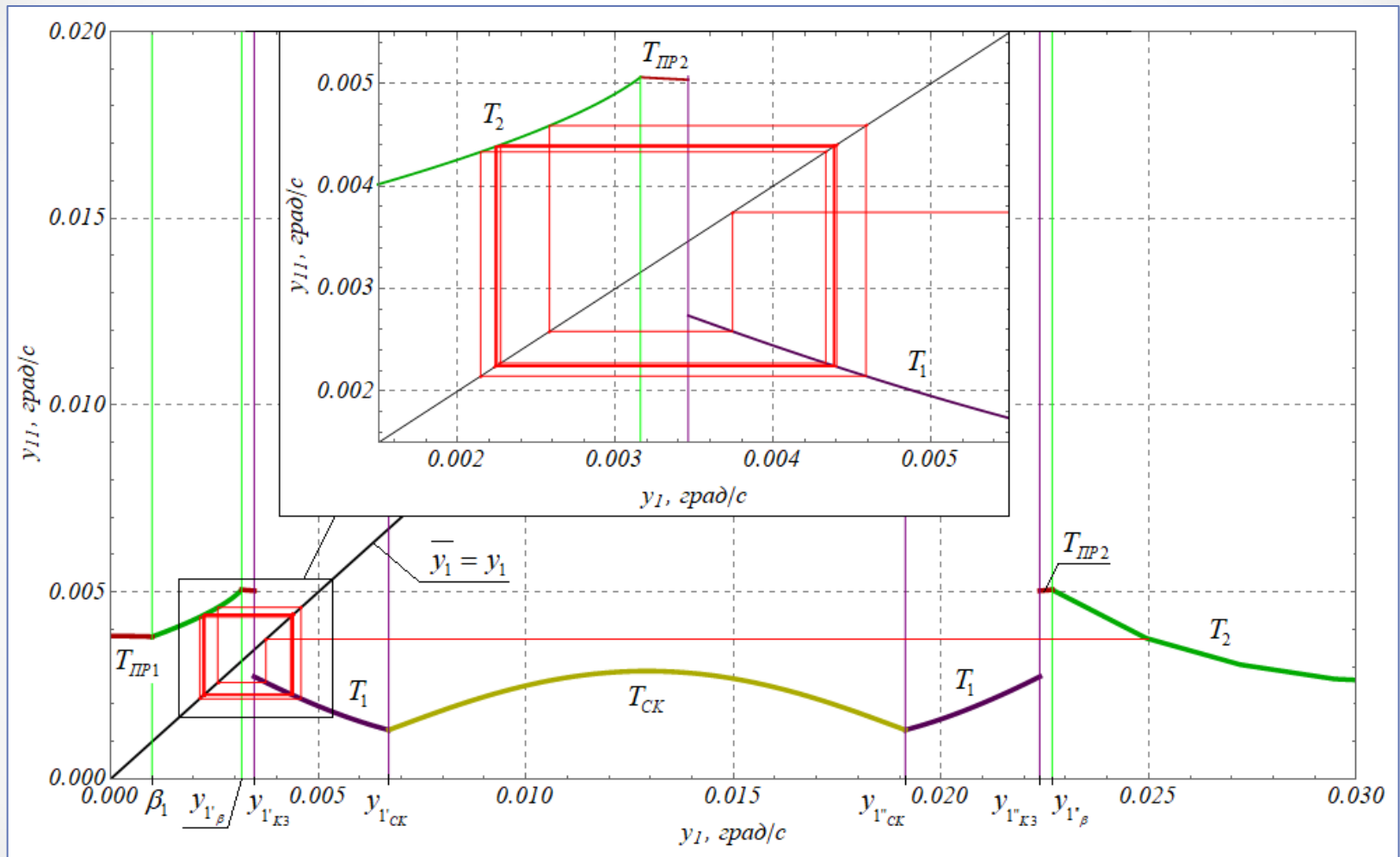
$$B = -2k\beta_1 a + 4g\alpha; \quad C = k^2 g^2 - 2g(h - 2\alpha + k \cdot \beta_1).$$

Графическая интерпретация поиска границ отображений



Область существования скользящего режима: $y_1 \in [y_{1'_{СК}}, y_{1''_{СК}}]$.

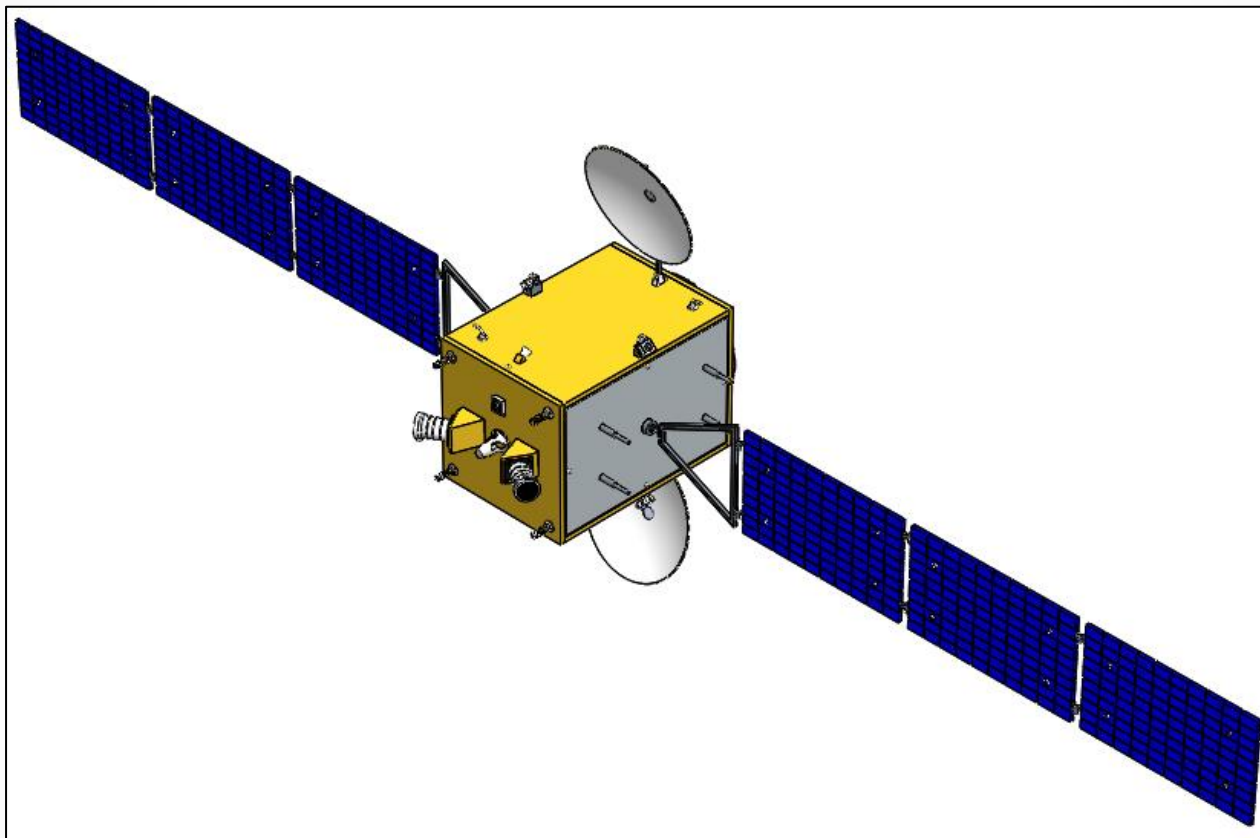
Построение диаграммы Ламерея с помощью программы Wolfram Mathematica



$T_{ПР1}, T_{ПР2}$ – функции последования промежуточных отображений

$T_{СК}$ – функция последования скользящего режима

Подтверждение аналитических результатов численным экспериментом



Объект моделирования: геостационарный спутник связи;

Исполнительные органы: газовые двигатели на ксеноне (ГД).

Исходные данные

Рассматривается канал крена.

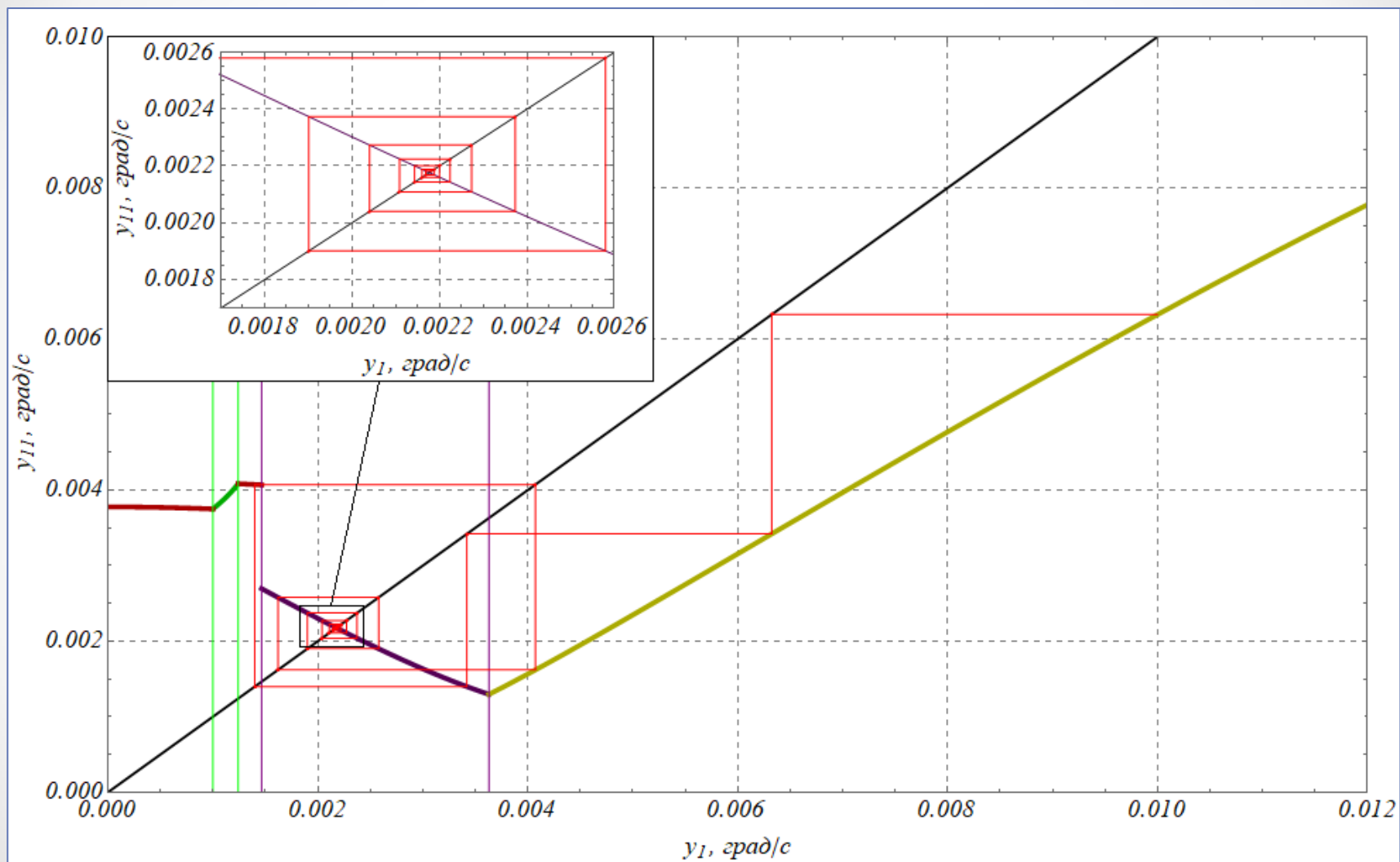
Момент инерции: $J = 418.19 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

Тяга ГД: 0.04 Н; плечо силы: 0.475 м.

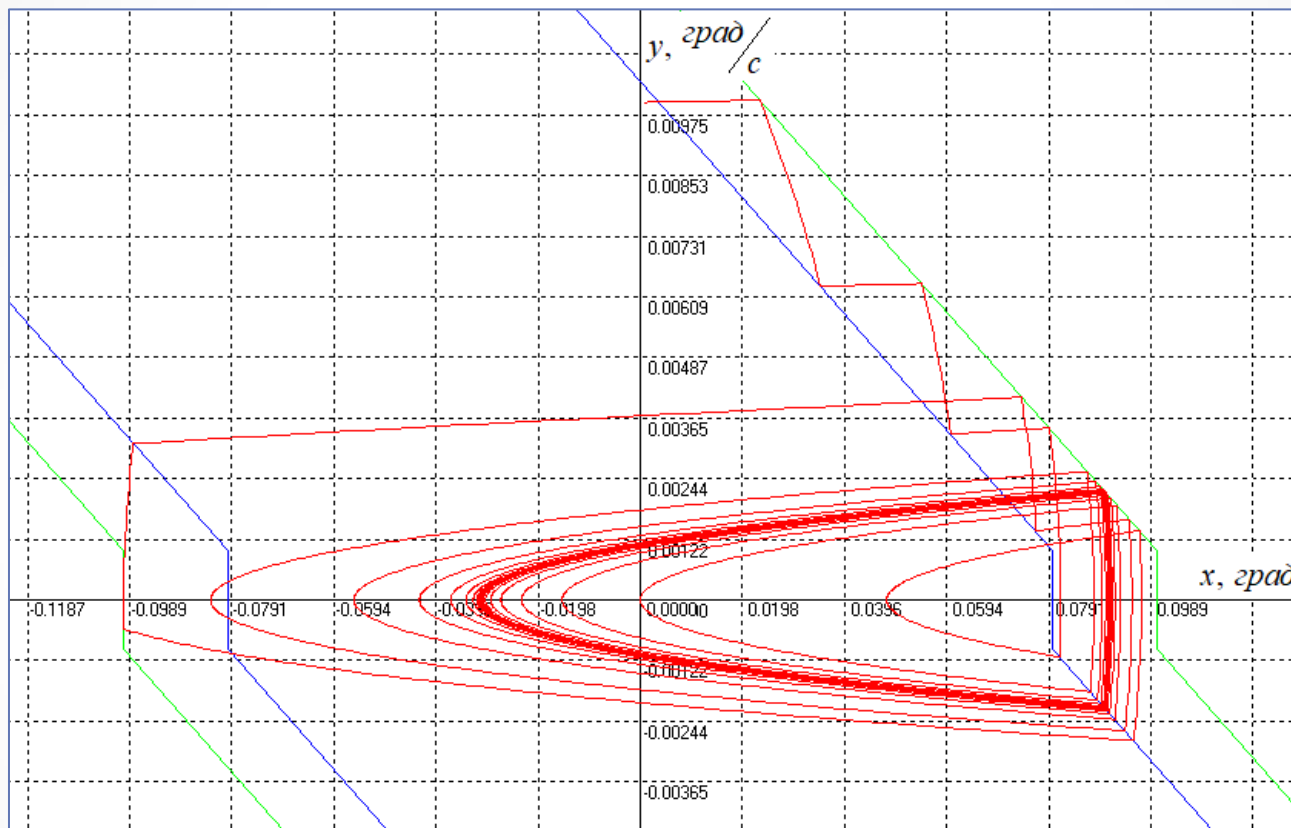
Начальные условия: $x_0 = 0^\circ$, $y_0 = 0.01 \text{ }^\circ/\text{с}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 0.1^\circ \\ h = 0.02^\circ \\ k = 8.5 \text{ с} \\ \beta_1 = 0.001 \text{ }^\circ/\text{с} \\ a = 4.543 \cdot 10^{-5} \text{ рад}/\text{с}^2 \\ g = 3.417 \cdot 10^{-7} \text{ рад}/\text{с}^2 \end{array} \right\}$$

Диаграмма Ламерея



Переходной процесс, полученный численным моделированием в Model



Координата y_1^* неподвижной точки:

Model: 0.0022 °/с

Диаграмма Ламерея: 0.00218 °/с

Выводы

1. Найдены аналитические выражения функций соответствия и границ областей существования функции последования точечного отображения релейной динамической системы с зоной нечувствительности по скорости.
2. В соответствии с разработанным алгоритмом построения отображений Пуанкаре была составлена компьютерная программа расчетов в Wolfram Mathematica.
3. Результаты аналитических исследований подтверждены численным моделированием в программе Model.

Список литературных источников

- [1]. Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. Управление ориентацией космических аппаратов. Изд-во Наука, М.: 1974. 308 с. С. 269 -270.
- [2]. Симоньянц Р.П. Квантово-механическая модель динамики релейно-импульсного управления // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. № 3. С. 88–101. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-3-88-101
- [3]. Гаушус Э.В. Исследование динамических систем методом точечных преобразований. Главн. ред. физ.-мат. лит., изд-во «Наука», М., 1976, 368 с.
- [4]. Неймарк Ю.И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. Главн. ред. физ.-мат. лит., изд-во «Наука», М., 1972, 472 с.
- [5]. Булавкин В.Н., научный руководитель Симоньянц Р.П. Исследование особенностей применения метода точечных отображений для отыскания аттракторов в релейной динамической системе // Всероссийская студенческая конференция «Студенческая научная весна», посвященная 165-летию со дня рождения В.Г. Шухова»: сборник тезисов докладов / Федеральное агентство по делам молодежи (Росмолодежь), Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, СНТО им. Н.Е. Жуковского. Москва: ООО «Издательский дом «Научная библиотека», 2018. С. 395-396