



МГТУ имени Н.Э. Баумана
Всероссийская студенческая конференция
«СТУДЕНЧЕСКАЯ НАУЧНАЯ ВЕСНА»,
посвященная 110-летию со дня рождения
академика В.Н. Челомея
Секция «Аэрокосмические технологии»
24 апреля 2024



ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ РЕЛЕЙНОЙ СИСТЕМЫ МЕТОДОМ ОТОБРАЖЕНИЙ ПУАНКАРЕ С УЧЕТОМ ПОСТОЯННОГО ВОЗМУЩЕНИЯ И ЗАПАЗДЫВАНИЙ

Автор:
студент гр. АК7-103 **Петров** *Петр Петрович*

Руководитель: к.т.н., доцент каф. СМ-2
Иванов *Иван Иванович*

Реутов, 2024

Проблема

Наиболее полное исследование динамики релейной системы на фазовой плоскости при действии постоянного возмущения может быть выполнено методом точечных отображений. Аналитическое построение отображений при этом вызывает затруднения. Задача усложняется учётом нелинейности датчика скорости – зоны нечувствительности.

В литературных источниках информация о наличии аналитического решения этой задачи отсутствует.

Задача

Исследовать функции последования точечных отображений, выделив область существования решений. Для учёта нелинейности датчика скорости линию переключения ИО представим как кусочно-непрерывную функцию.

Анализ литературных источников

Гаушус Э.В. «Исследование динамических систем методом точечных преобразований.»

- рассматривался частный случай сильных (ударных) управляющих воздействий;
- параболические фазовые траектории интервалов управляемого движения заменялись отрезками прямых;
- для слабых управляющих воздействий такая модель даёт большие ошибки, имеющие принципиальное значение.

Неймарк Ю.И. «Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний.»

- рассмотрены общие принципы построения точечного отображения при известном общем решении ДУ, описывающем динамическую модель **при фиксированных значениях релейного регулятора**;
- отмечается невозможность использовать для их исследования известных методов;
- метод точечных отображений признается естественным и эффективным.

Фазовые траектории и линии переключения

Общий вид выражения для линий переключения:

$L_i : x + k \cdot v(y, \beta) = c_i$, где $v(y, \beta)$ - нелинейная статическая характеристика ДУС задана кусочно-непрерывной функцией с тремя интервалами непрерывности. Каждая L_i – объединение трёх линейных отрезков.

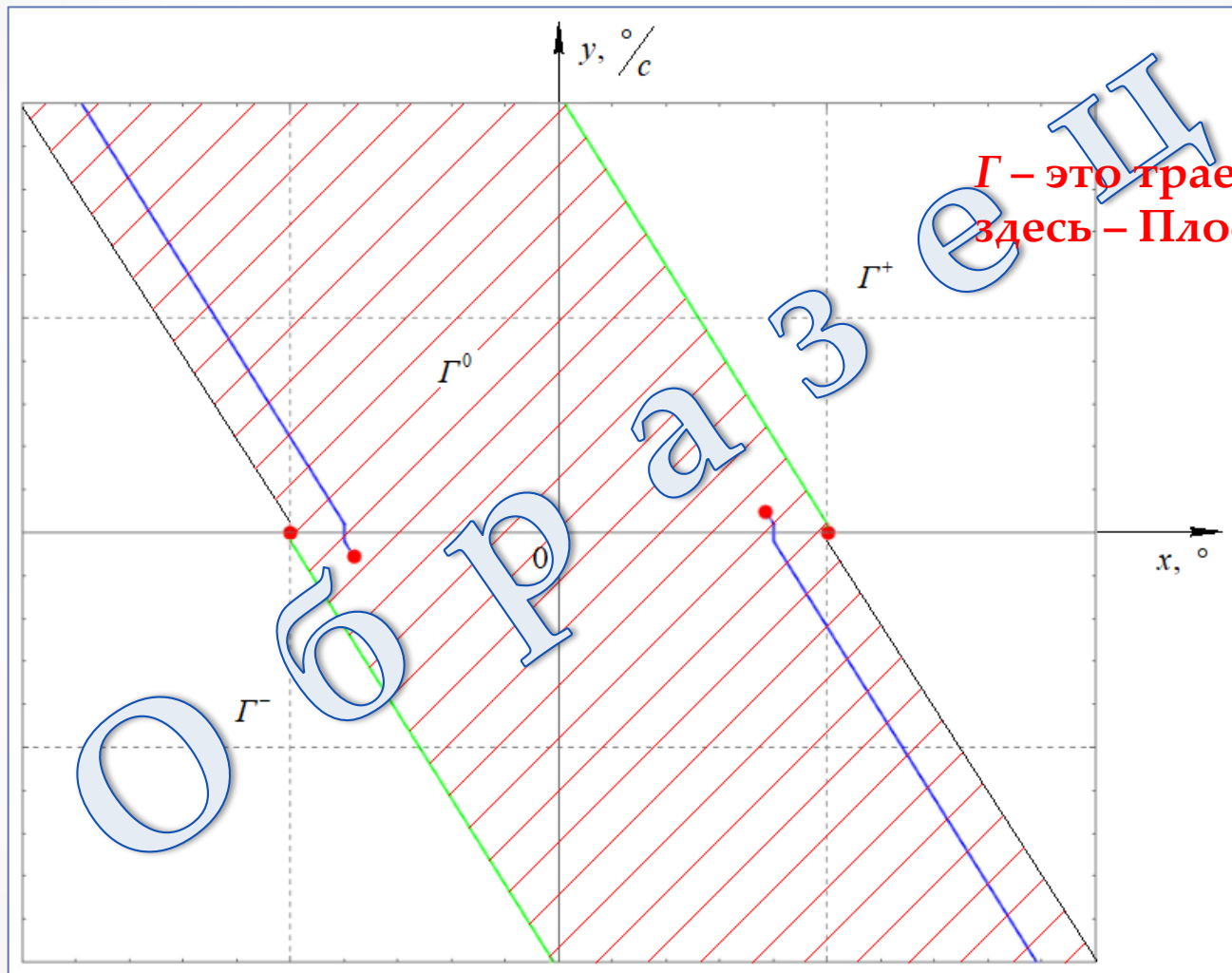
Линии переключения

Фазовые траектории

$$\begin{cases} L_i = L_i^{+1} \cup L_i^0 \cup L_i^{-1}, \quad i = \overline{1, 4}; \\ L_i^{+1} : x + k(y - \beta_1) = c_i, \quad \forall y > \beta_1; \\ L_i^0 : x = c_i, \quad \forall |y| \leq \beta_1; \\ L_i^{-1} : x + k(y + \beta_1) = c_i, \quad \forall y < -\beta_1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Gamma^F : y^2 - y_0^2 = 2(g - aF)(x - x_0) \\ \left\{ \begin{array}{l} \Gamma^+ : y^2 - y_0^2 = 2(g - a)(x - x_0), \quad F = +1; \\ \Gamma^0 : y^2 - y_0^2 = 2g(x - x_0), \quad F = 0; \\ \Gamma^- : y^2 - y_0^2 = 2(g + a)(x - x_0), \quad F = -1. \end{array} \right. \end{cases}$$

Фазовая плоскость



Γ – это траектории, а
здесь – Плоскости F .

Функции соответствия

$$\left. \begin{aligned} T_{12}^{+1,-1} : y_2 &= k \cdot b - \sqrt{(y_1 - k \cdot b)^2 + 2\varepsilon_2 \cdot b}; \\ T_{23}^{-1,-1} : y_2 &= -kg - \sqrt{(y_2 + kg)^2 + 2g \cdot \varepsilon_1}; \\ T_{34}^{-1,+1} : y_4 &= -k \cdot d + \sqrt{(y_3 + k \cdot d)^2 + 2\varepsilon_2 \cdot d}; \\ T_{41}^{+1,+1} : y_1 &= -kg + \sqrt{(y_4 + kg)^2 + 2g \cdot \varepsilon_1}; \\ T_{21}^{-1,+1} : y_1 &= -kg + \sqrt{(y_2 + kg)^2 + 2g \cdot \varepsilon_2}. \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

Функции последования

$$\begin{aligned} T_1 &= T_{12}^{+1,-1} \cup T_{21}^{-1,+1}, \\ T_2 &= T_{12}^{+1,-1} \cup T_{23}^{-1,-1} \cup T_{34}^{-1,+1} \cup T_{41}^{+1,+1}. \end{aligned}$$

$$\text{где } b = a - g, d = a + g, \varepsilon_1 = h - 2\alpha, \varepsilon_2 = h + 2k\beta_1.$$

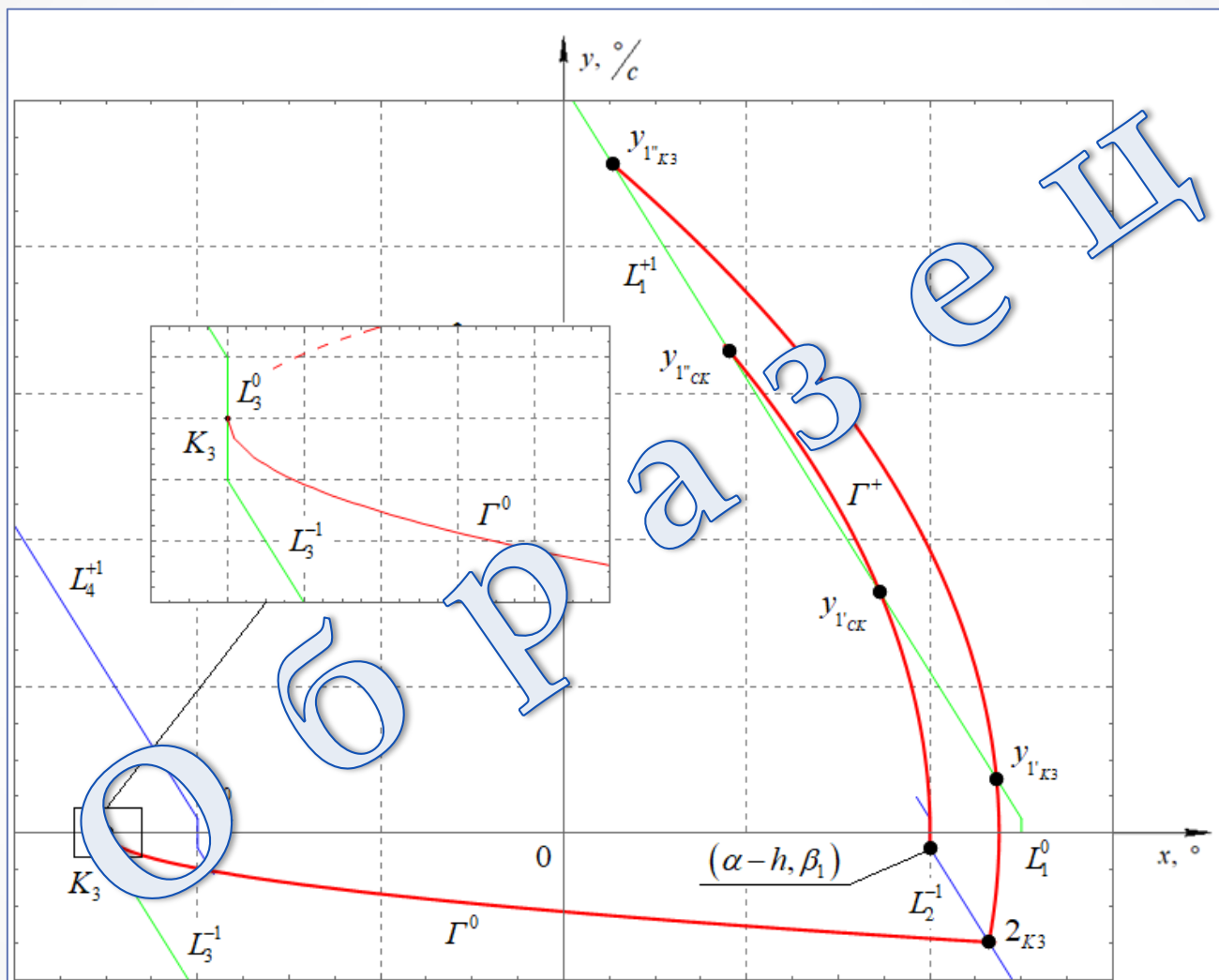
Граничные точки

$$\begin{aligned} y_{1_{K3}, 1_{K3}}' &= -kb \pm \sqrt{A + B + 2ak\sqrt{C}}; & y_{1_{\beta}, 1_{\beta}}' &= -kb \pm \sqrt{A + B + \beta_1^2 + 2ak\sqrt{\beta_1^2 + C}}; \\ y_{1_{CK}, 1_{CK}}' &= -kb \pm \sqrt{A + \beta_1^2 + 2gh - 2agk^2}; \end{aligned}$$

$$\text{где } A = k^2(g^2 + a^2) + 2k \cdot \beta_1(g - a) - 2a \cdot h;$$

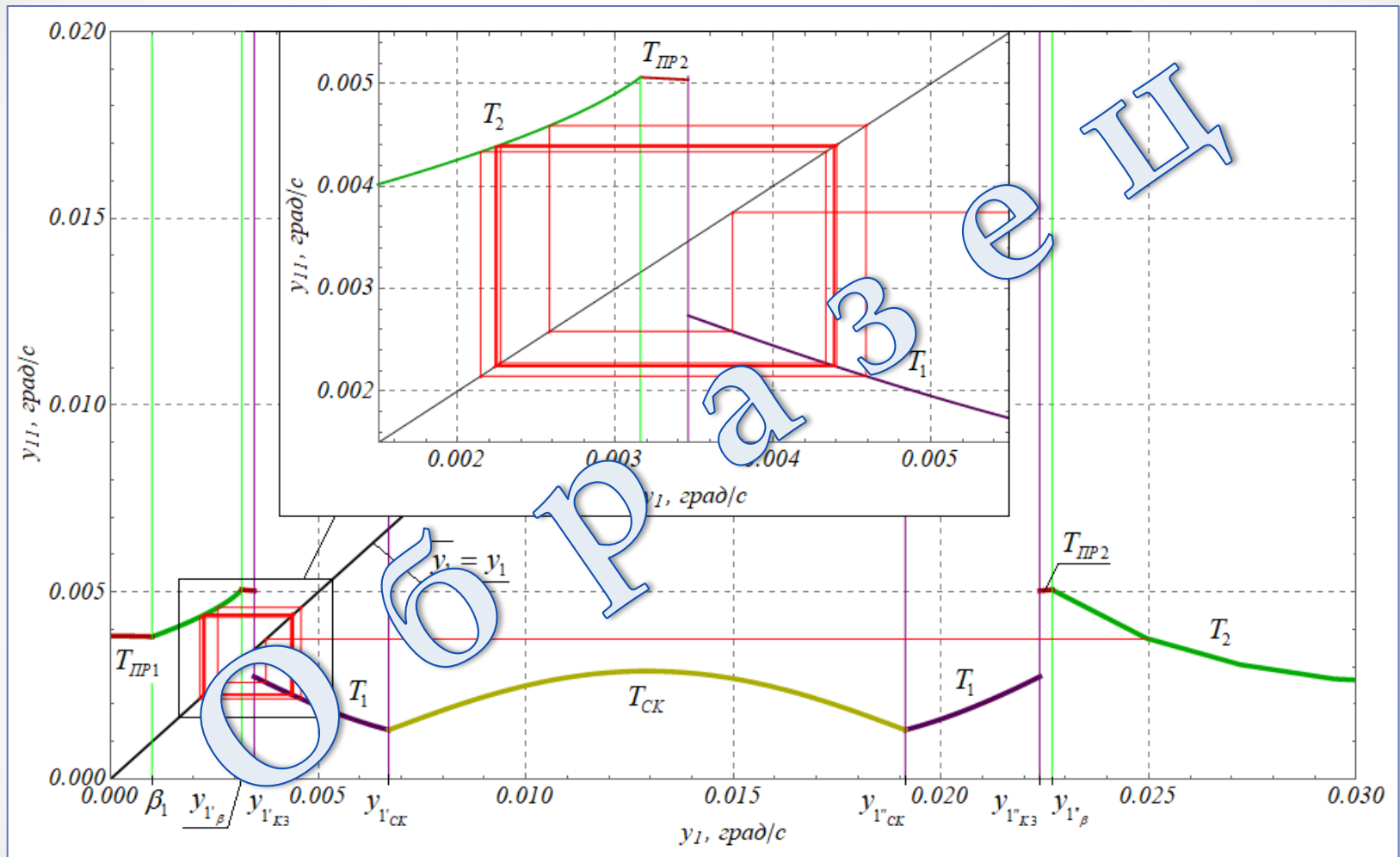
$$B = -2k\beta_1 a + 4g\alpha; C = k^2 g^2 - 2g(h - 2\alpha + k \cdot \beta_1).$$

Графическая интерпретация поиска границ отображений



Область существования скользящего режима: $y_1 \in [y'_{1'_{CK}}, y'_{1''_{CK}}]$.

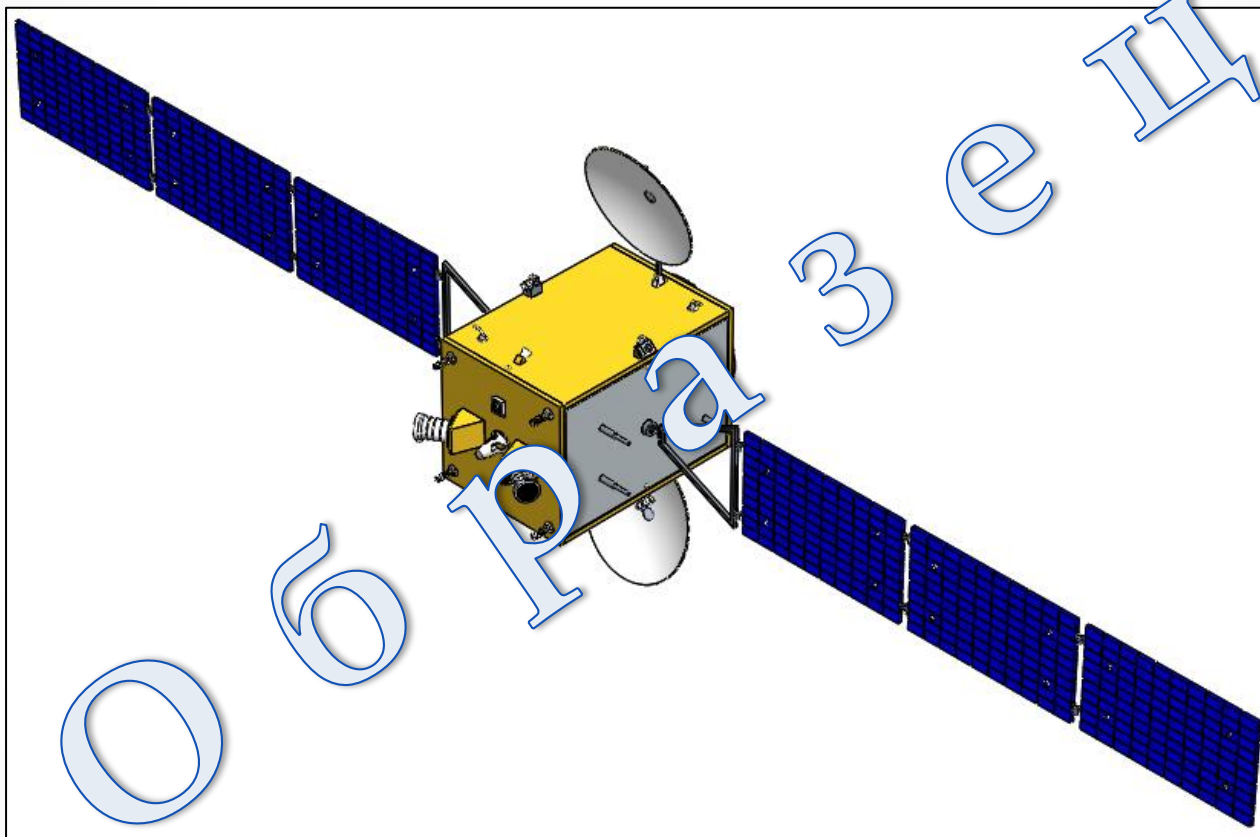
Построение диаграммы Ламерея с помощью программы Wolfram Mathematica



T_{PP1}, T_{PP2} – функции последования промежуточных отображений

T_{CK} – функция последования скользящего режима

Подтверждение аналитических результатов численным экспериментом



Объект моделирования: геостационарный спутник связи;

Исполнительные органы: газовые двигатели на ксеноне (ГД).

Исходные данные

Рассматривается канал крена.

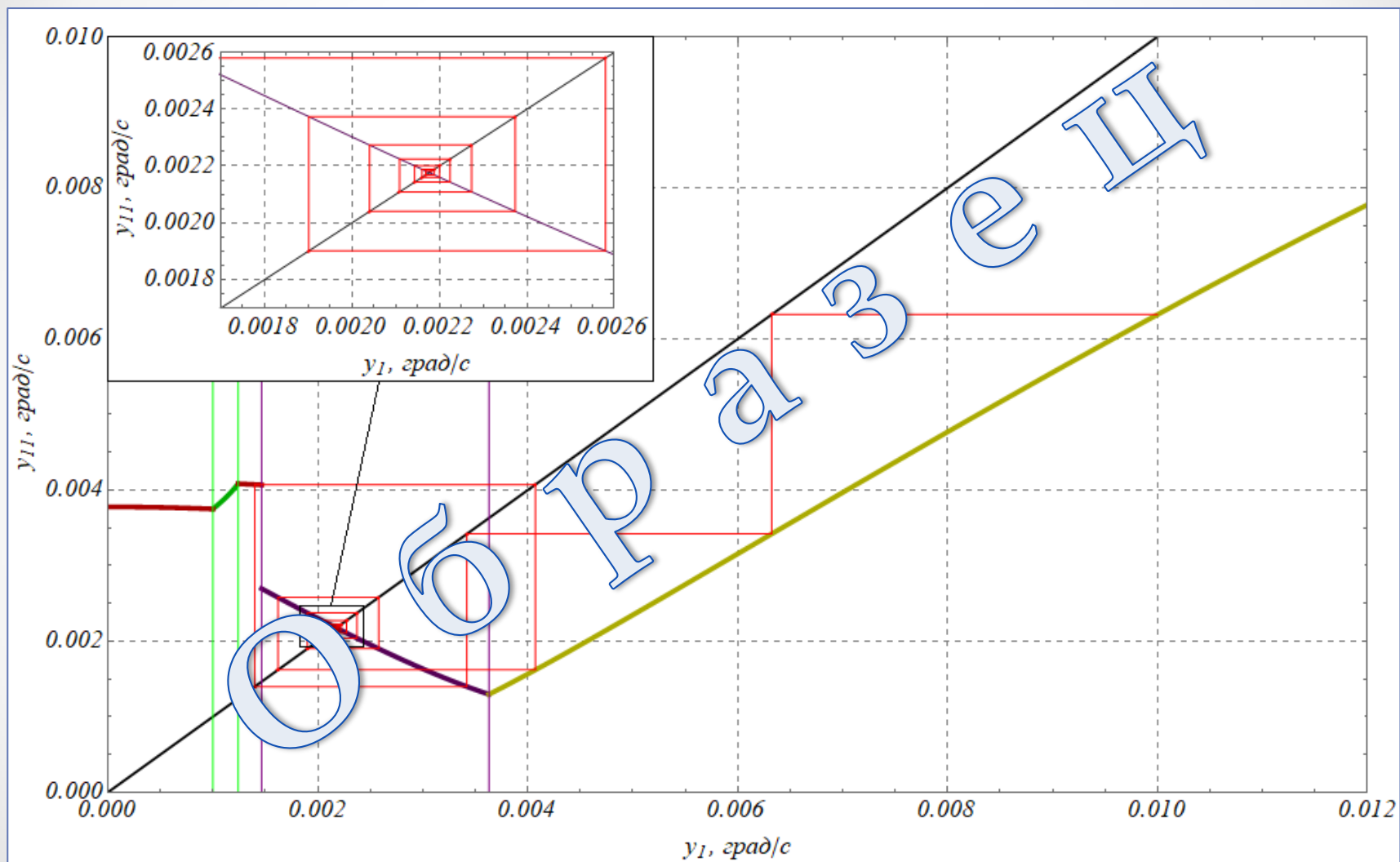
Момент инерции: $J = 418.19 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

Тяга ГД: 0.04 Н; плечо силы: 0.475 м.

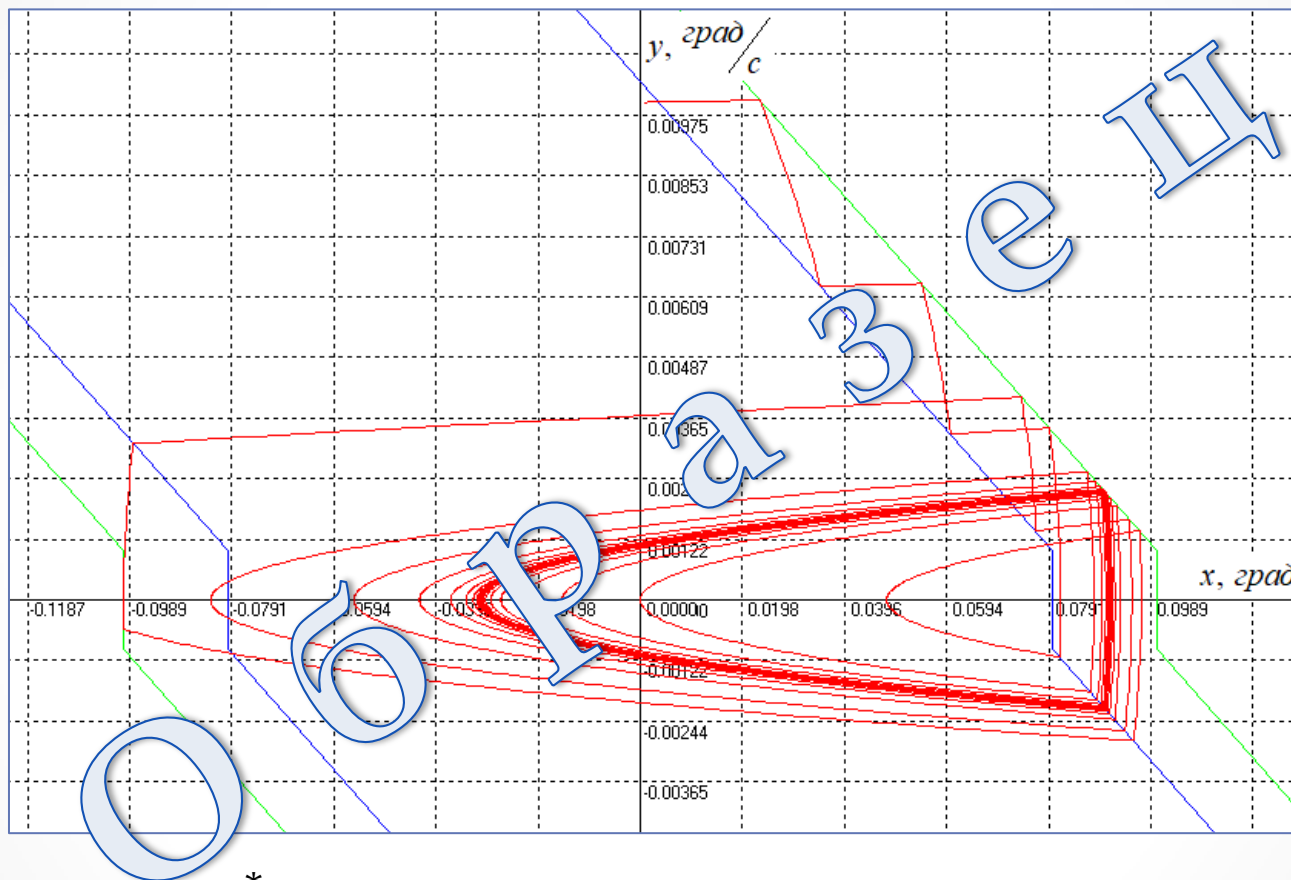
Начальные условия: $x_0 = 0^\circ$, $y_0 = 0.01^\circ/\text{с}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 0.1^\circ \\ h = 0.02^\circ \\ k = 8.5 \text{ с} \\ \beta_1 = 0.001^\circ/\text{с} \\ a = 4.543 \cdot 10^{-5} \text{ рад}/\text{с}^2 \\ g = 3.417 \cdot 10^{-7} \text{ рад}/\text{с}^2 \end{array} \right\}$$

Диаграмма Ламерея



Переходной процесс, полученный численным моделированием в Model



Координата y_1^* неподвижной точки:

Model: 0.0022 °/с

Диаграмма Ламерея: 0.00218 °/с

Выводы

1. Найдены аналитические выражения функций соответствия и границ областей существования функции последования точечного отображения релейной динамической системы с зоной нечувствительности по скорости.
2. В соответствии с разработанным алгоритмом построения отображений Пуанкаре была составлена компьютерная программа расчетов в Wolfram Mathematica.
3. Результаты аналитических исследований подтверждены численным моделированием в программе Model.

Список литературных источников

- [1]. Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. Управление ориентацией космических аппаратов. Изд-во Наука, М.: 1974. 308 с. С. 269 -270.
- [2]. Симоньянц Р.П. Квантово-механическая модель динамики релейно-импульсного управления // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. № 3. С. 88–101. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-3-88-101
- [3]. Гаушус Э.В. Исследование динамических систем методом точечных преобразований. Главн. ред. физ.-мат. лит., изд-во «Наука», М., 1976, 368 с.
- [4]. Неймарк Ю.И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. Главн. ред. физ.-мат. лит., изд-во «Наука», М., 1972, 472 с.
- [5]. Булавкин В.Н., научный руководитель Симоньянц Р.П. Исследование особенностей применения метода точечных отображений для отыскания аттракторов в релейной динамической системе // Всероссийская студенческая конференция «Студенческая научная весна», посвященная 165-летию со дня рождения В.Г. Шухова»: сборник тезисов докладов / Федеральное агентство по делам молодежи (Росмолодежь), Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, СНТО им. Н.Е. Жуковского. Москва: ООО «Издательский дом «Научная библиотека», 2018. С. 395-396