



Всероссийская студенческая конференция
«СТУДЕНЧЕСКАЯ НАУЧНАЯ ВЕСНА – 2023», посвященной
170-летию В.Г. Шухова.
секция аэрокосмического факультета МГТУ им. Н. Э. Баумана



Оценка распределения плотности материя по объему планеты «Марс»

Руководитель: Дмитриев Сергей Николаевич, СМ2, к.т.н. доцент

Автор(ы): Раднаев Б.А. АК1-101, Томаев И.И., АК2-102

Москва, 2023

Проблема

Рассматривается проблема определения оценочного распределения плотности по объему плане в «Марс»

Задача

Разработать математический и программный алгоритмы для расчета значения плотности в отдельно взятом конечном элементе в зависимости от значений ускорения свободного падения

Актуальность проблемы

Полученные в ходе исследования алгоритм возможно использовать в интересах геодезической разведки для выявления пустот и уплотнений материй, распределенной по любому твердому космическому телу без движущихся масс, а также для уточнения баллистической траектории крылатой ракеты.

Методы исследования

Разбиение сферы на конечно – элементную модель. Принятие псевдо-измерений g над поверхностью каждого КЭ элемента. Составление СЛАУ, решение СЛАУ методом наименьших квадратов.

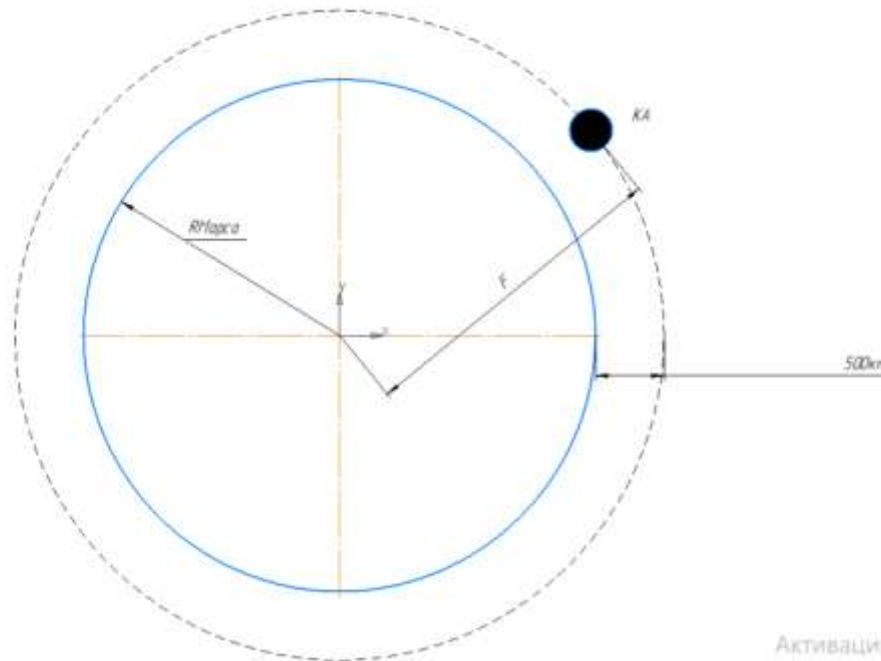
Введение



Земля, как точечная масса

КА

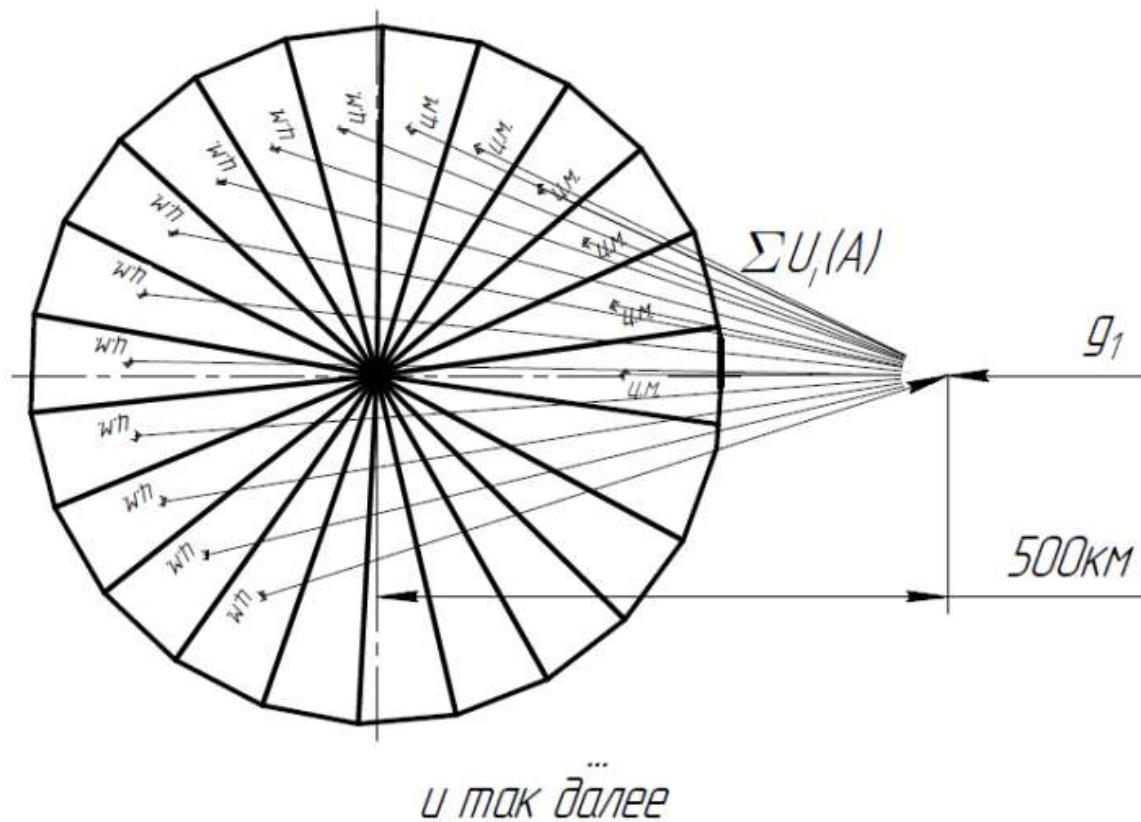
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



Активация VI

The diagram shows a circular structure divided into 16 radial segments. Each segment is labeled with a vector u_n pointing towards the center. Surrounding the circle are 16 external force vectors g_1 through g_{16} , each pointing towards its corresponding segment. The forces are distributed around the circle, with some pointing horizontally, vertically, or at various angles. Below the circle, the text "и так далее" (and so on) is written, indicating a continuation of the pattern.

Плоский пример задачи



Плоский пример задачи

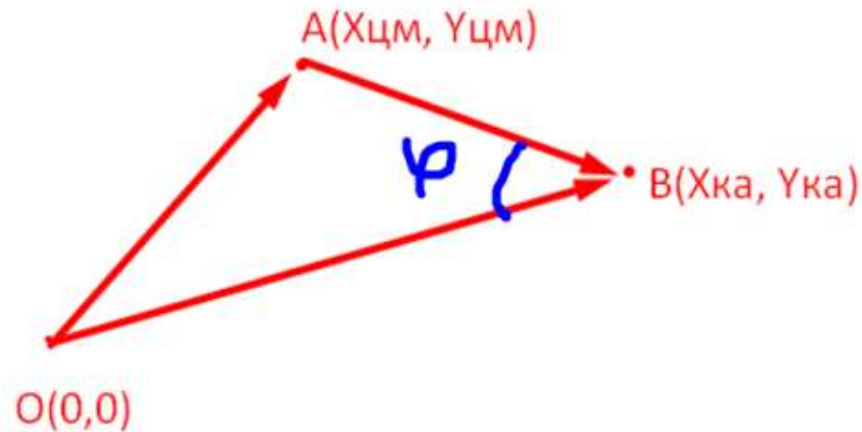
Координаты центра тяжести стартового треугольника:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{\iint_D x dx dy}{\iint_D dx dy} = \frac{\iint_D x dx dy}{\iint_D dx dy} = \frac{\int_{-x \tan\left(\frac{180}{n}\right)}^{x \tan\left(\frac{180}{n}\right)} \int_0^{r \cos\left(\frac{180}{n}\right)} x dx dy}{\int_{-x \tan\left(\frac{180}{n}\right)}^{x \tan\left(\frac{180}{n}\right)} \int_0^{r \cos\left(\frac{180}{n}\right)} dx dy} = \frac{r \sin\left(\frac{360}{n}\right)}{4 \sin\left(\frac{180}{n}\right)} = \frac{2r \sin\left(\frac{180}{n}\right) \cos\left(\frac{180}{n}\right)}{4 \sin\left(\frac{180}{n}\right)} = \frac{r}{2} \cos\left(\frac{180}{n}\right) \\ y_1 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = x \cos(\theta) - y \sin(\theta) \\ y' = x \sin(\theta) + y \cos(\theta) \end{array} \right.$$

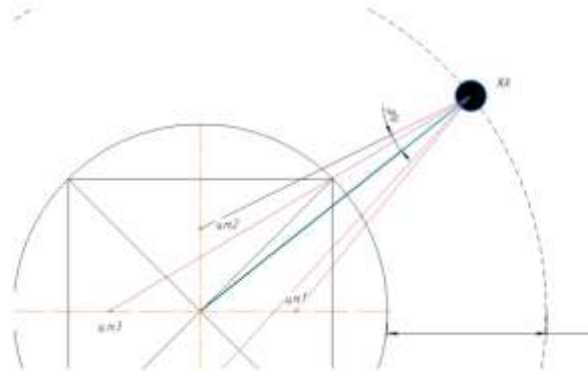
$$\left\{ \begin{array}{l} x_{c1+1} = x_{c1} \cos\left(\frac{360}{n}\right) - y_{c1} \sin\left(\frac{360}{n}\right) \\ y_{c1+1} = x_{c1} \sin\left(\frac{360}{n}\right) + y_{c1} \cos\left(\frac{360}{n}\right) \end{array} \right.$$

Плоский пример задачи



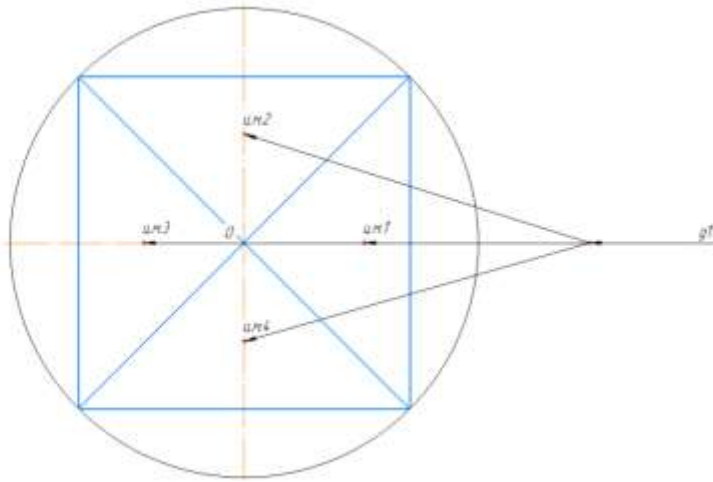
$$\cos(\varphi) = \frac{x_k^2 + y_k^2 - y_k y_n - x_k x_n}{\sqrt{(x_k^2 + y_k^2) \cdot ((y_k - y_n)^2 + (x_k - x_n)^2)}} - \text{ранее упомянутый угол}$$

$$r_{nk} = \sqrt{(y_k - y_n)^2 + (x_k - x_n)^2} - \text{расстояние от цм до КА}$$



Наглядная демонстрация угла φ

Плоский пример задачи



$$GS \left(\frac{\rho_1}{r_{11}^2} \cos(\varphi_{11}) + \frac{\rho_2}{r_{21}^2} \cos(\varphi_{21}) + \frac{\rho_3}{r_{31}^2} \cos(\varphi_{31}) + \frac{\rho_4}{r_{41}^2} \cos(\varphi_{41}) \right) = g_1$$

Здесь: G - плоский эквивалент гравитационной постоянной

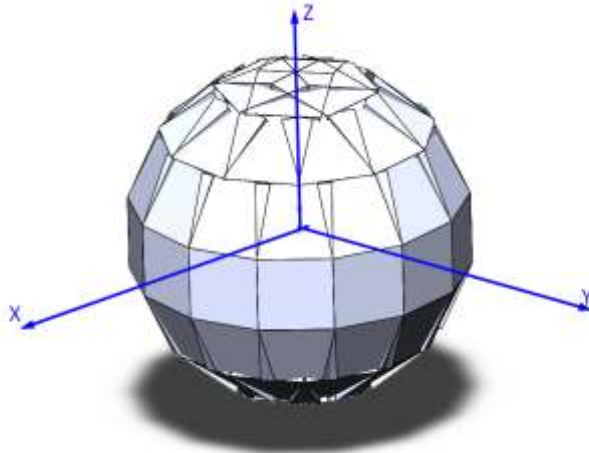
S - площадь (одинакова у каждого элемента)

ρ_n - плоская плотность n -го элемента

r_{nk} - расстояние от n -го элемента до k -го положения КА (измерения)

φ_{nk} - угол между вектором цм n -го элемента, k -го положения КА и радиус-вектором k -го положения КА

Объемная задача



Конечный элемент: Пирамида
Количество: 78

g_rand						
3,66	3,631	3,527	3,516	3,558	3,674	3,727
3,696	3,693	3,885	3,628	3,599	3,748	3,779
3,683	3,709	3,741	3,571	3,821	3,864	3,518
3,858	3,785	3,758	3,693	3,545	3,515	3,852
3,812	3,696	3,696	3,513	3,605	3,673	3,666
3,729	3,651	3,772	3,74	3,682	3,873	3,891
3,801	3,85	3,629	3,628	3,582	3,729	3,755
3,843	3,712	3,796	3,887	3,72	3,614	3,865
3,764	3,869	3,702	3,851	3,749	3,552	3,577
3,827	3,781	3,816	3,775	3,612	3,551	3,511
3,701	3,626	3,759	3,809	3,894	3,803	3,578
3,575	3,568	3,522	3,657	3,609	3,82	3,623
3,708	3,875					

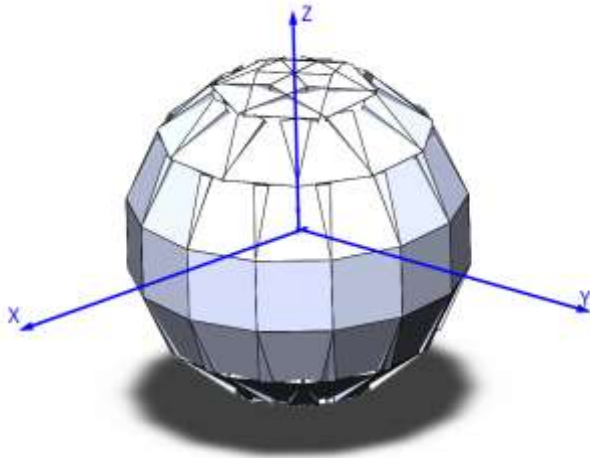
Псевдоизмерения g

●

● 11

Координаты центров масс

Пример объемной задачи



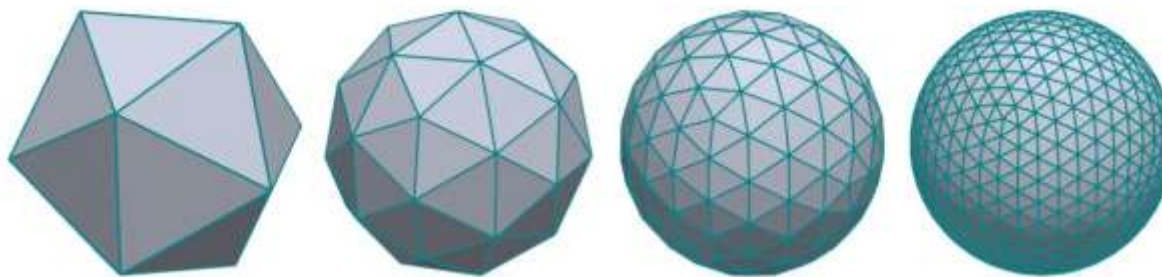
Выражение для вектора (ц.м./к.а.)

Результаты

n	ro, kg/m ³	n	ro, kg/m ³	n	ro, kg/m ³	n	ro, kg/m ³
1	3878	23	3900	45	3753	67	3835
2	3808	24	3935	46	3821	68	3817
3	4007	25	3975	47	4019	69	3826
4	3873	26	3966	48	3970	70	3954
5	4027	27	4014	49	3820	71	3838
6	3973	28	4080	50	4020	72	3950
7	3888	29	3781	51	3908	73	4030
8	4058	30	4026	52	3993	74	4059
9	3790	31	3947	53	4002	75	3836
10	4081	32	4070	54	3958	76	3894
11	3874	33	3904	55	4029	77	4100
12	3890	34	3933	56	3998	78	4058
13	3880	35	3893	57	3909		
14	3971	36	3911	58	3907		
15	4010	37	4066	59	3833		
16	3846	38	3864	60	3885		
17	4085	39	3972	61	3948		
18	3962	40	3886	62	3852		
19	4040	41	3877	63	3774		
20	3989	42	3775	64	4076		
21	3979	43	3977	65	4025		
22	4043	44	3768	66	3956		

В работе

Метод изосфер для КЭМ сферы



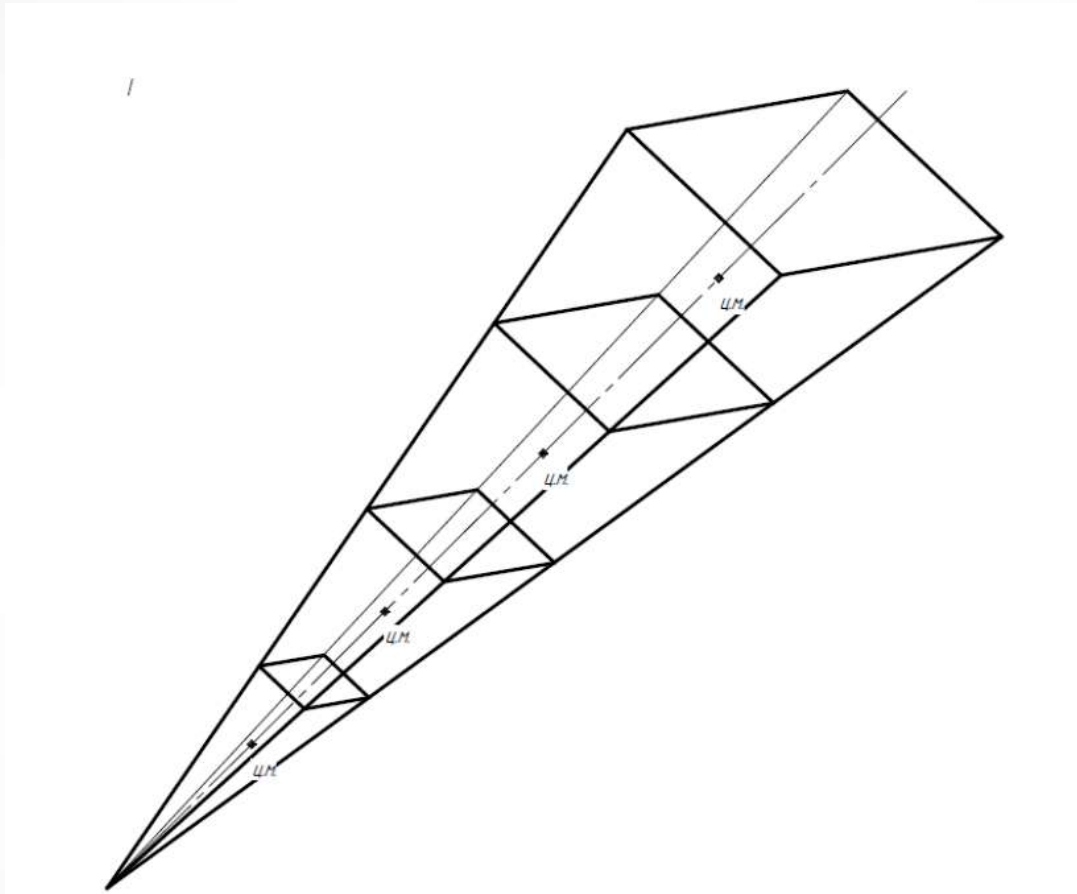
n – число КЭ

V_n – объему КЭ

$a_i (X_i, Y_i, Z_i)$ - Центр масс.

$k_i (X_i, Y_i, Z_i)$ - Координата положения КА

В работе



КЭМ, разбитый на усеченные пирамиды

Выводы

1. Был описан математический аппарат для составления уравнения для вычисления плотности в дискретной ячейки объема.
2. Приведен алгоритм расчета и пример расчета в первом приближении