



МГТУ имени Н.Э. Баумана

**Всероссийская студенческая
конференция "Студенческая
научная весна", посвященной 170-
летию В.Г. Шухова**



25 апреля 2023

**Выбор исполнительных органов и
регулятора, обеспечивающих экономичные
режимы стабилизации и быстроедействие
программных разворотов космического
аппарата**

Научный руководитель: **Симоньянц** Ростислав Петрович, к.т.н., доцент каф. СМ-2,

Авторы: **Моисеев** Александр Владимирович студент 5 курса, группы АК2-102
Обыденный Виктор Олегович, студент 5 курса, группы АК2-102

Москва, 2023

Актуальность и проблема:

- Поворот космического аппарата (КА) относительно опорной системы координат за минимальное время – типичная задача управления ориентацией, реализация которой с учётом ограничений – актуальная задача.
- Проблема стабилизации КА реактивными двигателями связана с расходом топлива, затрачиваемого на управление его движением относительно центра масс.

Цели и задачи

- Для редуцированной модели движения КА определить аналитически параметры инерционных и реактивных исполнительных органов системы управления ориентацией, удовлетворяющих требованиям целевых задач и задач управления движением центра масс.
- При осуществлении программных разворотов обеспечить максимальное быстродействие и требуемую точность конечного состояния.
- Определить условия, обеспечивающие при заданных ограничениях по точности наиболее экономичный по расходу топлива режим разгрузки .

Математическая модель в векторной форме

- Динамические уравнения управляемого движения КА относительно центра масс :

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{K}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{K} = \mathbf{M}_b - \frac{d\mathbf{L}}{dt} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{L} - \mathbf{M}_u^a \\ \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}_u^m - k_\epsilon \cdot \mathbf{L} \end{cases} \quad (1)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{K} + \mathbf{L},$$

$$\mathbf{K} = K_1 \mathbf{e}_1 + K_2 \mathbf{e}_2 + K_3 \mathbf{e}_3, \quad K_i = J_i \omega_i \quad - \text{кинетический момент конструкции КА},$$

$$\mathbf{L} = L_1 \mathbf{e}_1 + L_2 \mathbf{e}_2 + L_3 \mathbf{e}_3, \quad L_i = I_i \Omega_i \quad - \text{кинетический момент маховиков},$$

$$\mathbf{M}_b = \{M_{b1}, M_{b2}, M_{b3}\} - \text{внешний возмущающий момент}$$

$$\mathbf{M}_u^a - \text{управляющий момент реактивной системы}, \quad \mathbf{M}_u^m - \text{управляющий момент маховика},$$

Редуцированная модель движения

Упрощенные уравнения движения по i -каналу:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_i \frac{dy_i}{dt} = M_i^e - \frac{dL_i}{dt} + M_i^a, \\ \frac{dL_i}{dt} = M_i^m \cdot F(\sigma_i) - k_\theta \Omega_i, \\ L_i = (I_i^m) \cdot \Omega_i, \\ \sigma_i = x_i + k \cdot y_i, \quad i = 1, 2, 3. \end{array} \right. \quad (2)$$

Ω_i — угловая скорость маховика

σ_i — управляющий сигнал

$F(\sigma_i)$ — управляющая функция

k_θ — коэффициент вязкого трения

I_i^m — момент инерции маховика

k — коэффициент демпфирования

Выбор эффективности реактивных ИО

Требования:

- Парирование максимального возмущения:

$$\min |M_i^a| > \max |M_i^e(t)| \quad (3)$$

- Обеспечение требуемого быстродействия:

$$\{x_0 = x_{\max}, y_0 = 0\} \xrightarrow{t \rightarrow T} \{x_T = 0, y_T = 0\} \Rightarrow T \leq T_*$$

$$\boxed{a \geq \frac{4x_{1i \max}}{T_{opt}^2}} \quad (4)$$

T_* — заданное ограничение времени.

- Удовлетворение условию парирования максимального возмущения:

$$|M_i^a| = P \cdot l \rightarrow P > \frac{\max |M_i^b|}{l}$$

$$M_i^a(\sigma_i) = |M_i^a| \cdot F(\sigma_i),$$

$$F(\sigma_i) = +1, 0, -1,$$

P — Тяга реактивного двигателя стабилизации;

l — Плечо двигателя стабилизации из условий компоновки.

- Удовлетворение условию быстродействия

Алгоритм оптимального по быстродействию управления переориентации:

$$\begin{cases} F_i(\sigma_i) = \operatorname{sgn}(\sigma_i) \\ \sigma_i = x_i + \frac{y_i |y_i|}{2a} \end{cases} \Rightarrow \left\{ x_{1i} = \frac{x_{1\max}}{2}, y_{1i} = \sqrt{a \cdot x_{1\max}} \right\} \quad (5)$$

- Требуемая эффективность ИО оптимального быстрогодействия:

$$T_{opt} = \frac{2y_{1i}}{a} = \frac{2\sqrt{a \cdot x_{1\max}}}{a} = 2\sqrt{\frac{x_{1\max}}{a}} \Rightarrow \frac{T_{opt}}{2} = \sqrt{\frac{x_{1\max}}{a}}$$

$$\left(\frac{T_{opt}}{2}\right)^2 = \frac{x_{1\max}}{a} \Rightarrow \boxed{a = \frac{4x_{1i\max}}{T_{opt}^2}}$$

$$a = \frac{4x_{1i\max}}{T_{opt}^2} \Rightarrow \boxed{|M_{1i}^a| = J_i a = \frac{4J_i x_{1i\max}}{T_{opt}^2}} \quad (6)$$

Определение регулятора и его настроечных параметров

- Определение коэффициента усиления по скорости:

$$\sigma_i = x_i + k \cdot y_1 = 0 \rightarrow k = \frac{x_{i1}}{y_{i1}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x_{1\max}}{a}} \quad (7)$$

- удовлетворение требованиям по точности конечного состояния

1) по отклонению угла: $|x_i| \leq \alpha$

2) по отклонению угловой скорости: $|y_i| \leq y_{i1}^*$

- Условиям конечного состояния может удовлетворить релейная управляющая функция общего вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_i(\sigma_i) = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{sgn}(\sigma_i - \alpha_i + h_i F_i^{-\varepsilon}) + \operatorname{sgn}(\sigma_i + \alpha_i + h_i F_i^{-\varepsilon}) \right\}, \\ \sigma_i = x_i + k \cdot y_i, \\ k = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x_{1\max}}{a}}. \end{array} \right. \quad (8)$$

α_i — зона нечувствительности,

h_i — ширина петли гистерезиса,

$F_i^{-\varepsilon}$ — предыстория (значение F в предыдущий момент времени).

Конечное состояние

- Управление по алгоритму (8) за два импульса переводит объект из начального состояния в конечное состояние за минимально возможное время, не превышающее максимально допустимого.
- Завершается переходный процесс установлением предельного цикла автоколебаний, параметры которого определяются выбранными ранее настройками регулятора.

$$\left\{ \left| y_{i1}^* \right| \approx \frac{h}{2k}, \left| x_{i1}^* \right| \approx \alpha - \frac{h}{2} + \frac{h^2}{4k^2} \right\} \rightarrow t_u^* \approx \frac{h}{ak} \quad (9)$$

Эти параметры, в общем случае, не удовлетворяют требованиям.

Удовлетворение требованиям конечного состояния осуществляется перенастройкой параметров релейного регулятора.

Для этого:

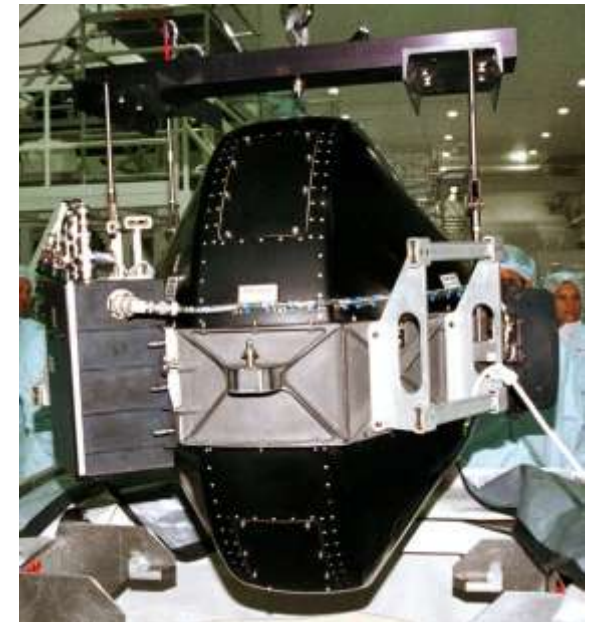
- Определим параметры установившегося режима и эффективность возмущения g .
- Вычислим параметры настроек регулятора, обеспечивающие экономичные режимы.

Определим настройки регулятора:

- Настройки находим из геометрии фазовой траектории предельного цикла. Для выбранного ранее реактивного ИО известна величина минимального импульса $t_{\min}$. Параметры $\{\alpha, k, h\}$ выбираются из условия формирования предельного цикла, имеющего $t_u^* \approx t_{\min}$.

Инерционные исполнительные органы (ИИО)

- В системе управления ориентацией долговременных космических аппаратов в большинстве случаев используют инерционные исполнительные органы (ИИО) - двигатели-маховики, силовые гироскопы.
- Достоинства: не расходуют топливо, имеют малый момент управления, что позволяет использовать их на аппаратах ДЗЗ, где требуется высокая точность ориентации и стабилизации.
- Недостатки: парируя внешние возмущения, они накапливают кинетический момент. Для их работоспособности необходимо системы управления ИИО периодически разгружать, сбрасывая накопленный кинетический момент. Разгрузку осуществляют, прикладывая к корпусу КА моменты от внешних силовых полей или от реактивных двигателей, используя второй контур управления.



Накопление кинетического момента $\mathbf{L}$ инерционными ИО

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{K}}{dt} = \mathbf{M}_b - \frac{d\mathbf{L}}{dt} \\ \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}_u^m - k_\epsilon \cdot \mathbf{L} \end{cases} \quad (1')$$

При стабилизации в инерциальной системе координат $\mathbf{K} \approx 0$

$$\mathbf{M}_b - \frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \mathbf{L} \approx \mathbf{L}_0 + \int \mathbf{M}_b(t) dt$$

$$\text{при } \mathbf{M}_b \approx \text{const}, \mathbf{L}_0 \approx 0 \Rightarrow \mathbf{L} = \mathbf{M}_b t$$

При ограничении времени между разгрузками $T \approx T_{\min}$

$$T = t_p - t_0 \approx \frac{\mathbf{L}_{\max}}{\mathbf{M}_b}$$

Максимальный кинетический момент маховика :

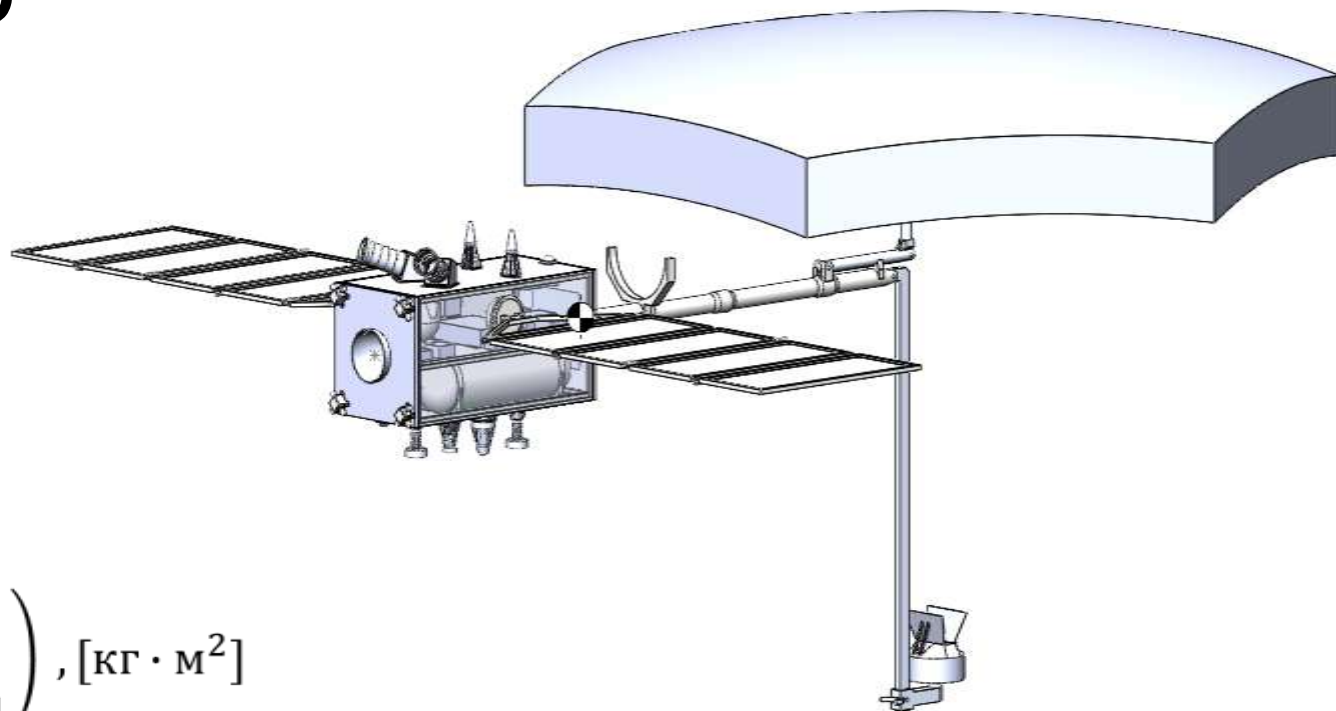
$$L_{\max} \approx |M_b| \cdot T_{\min} \quad (10)$$

Экономичная разгрузка ИИО

- **Условие разгрузки:** момент торможения маховика выбираем таким образом, чтобы при заданных параметрах настройки релейного регулятора реактивная система стабилизации работала в режиме одноимпульсных предельных циклов с максимально возможной длительностью импульса с учётом необходимого запаса, предотвращающего бифуркацию.

Расчётный пример

- Объект управления: спутник дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), выполненный по прототипу «Кондор-ФКА».



Моменты инерции:

$$J_{KA} = \begin{pmatrix} 1430,14 & 204,59 & -0,66 \\ 204,59 & 4613,01 & -0,04 \\ -0,66 & -0,04 & 4112,61 \end{pmatrix}, [\text{кг} \cdot \text{м}^2]$$

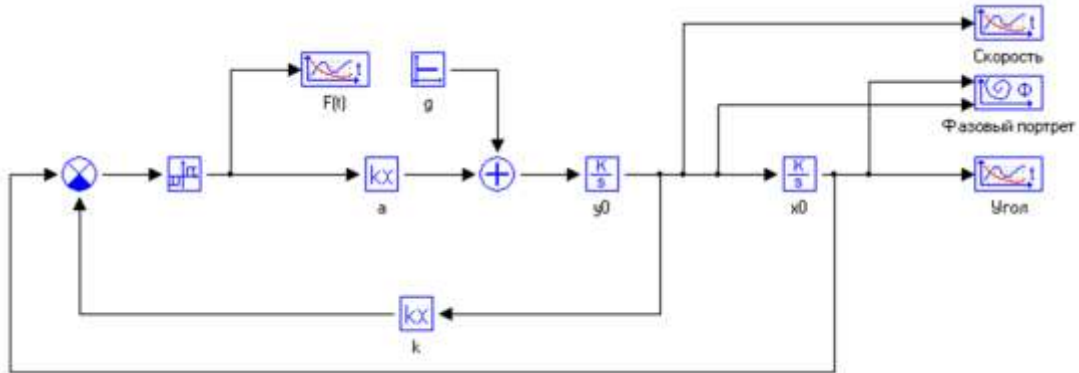
Положение центра масс относительно строительных координат:

$$\Delta = \begin{pmatrix} 1910,93 \\ 49,94 \\ -0,12 \end{pmatrix}, [\text{мм}]$$

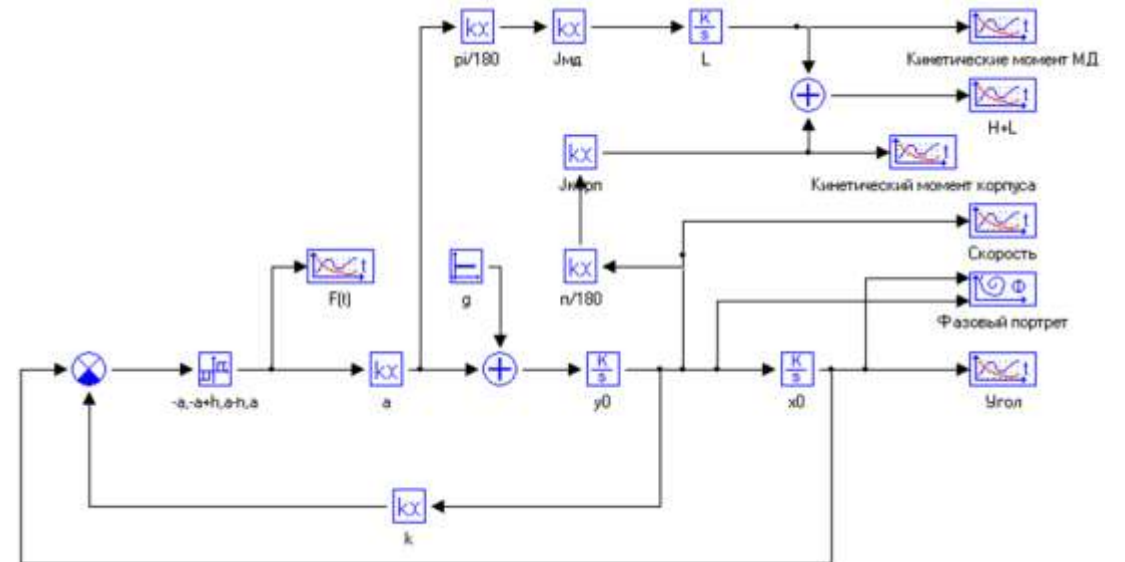
Высота орбиты, км	494-503
Наклонение, град	74,7
Тип орбиты	ССО
Расчетный срок функционирования, г	5
Период обращения, мин	94,8

Структурные схемы СУ

ЖРД



Двигатель-маховик



Параметры оптимального разворота

- Эффективность управления и возмущения:

$$a_i = \frac{M_i^a}{J_i} \quad g_i = \frac{M_i^g}{J_i}$$

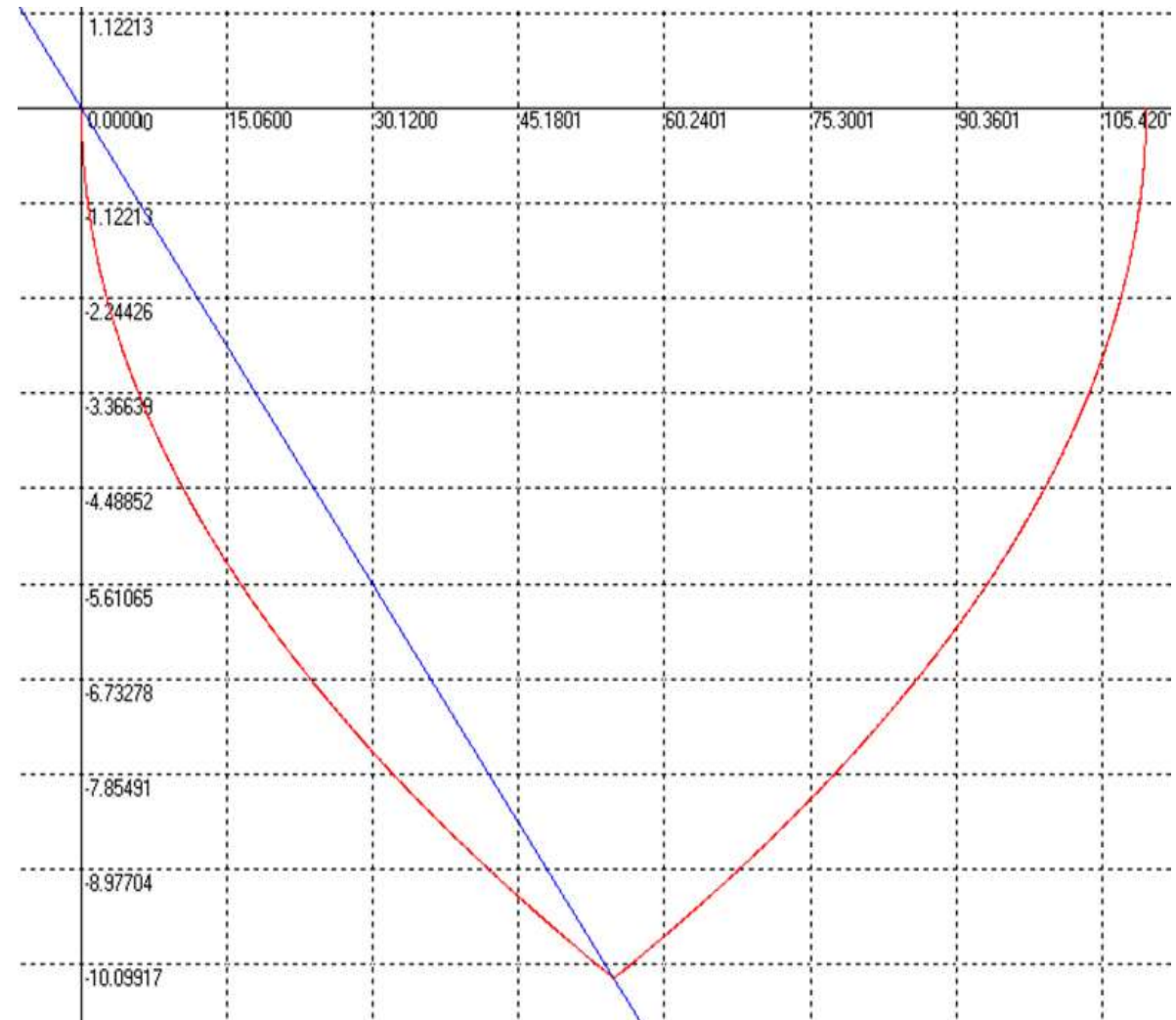
- Коэффициент усиления разворота, оптимального быстрогодействия:

$$k = \frac{x_{i1}}{y_{i1}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x_{1\max}}{a}}$$

- Параметры для расчетного примера:

$$a_1 = 0,01674 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \quad g_1 = 6,539 \cdot 10^{-8} \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

$$k_1 = 7,69 \text{ с} \quad T_{\text{поворот}} = 21,42 \text{ с}$$



Параметры экономической стабилизации

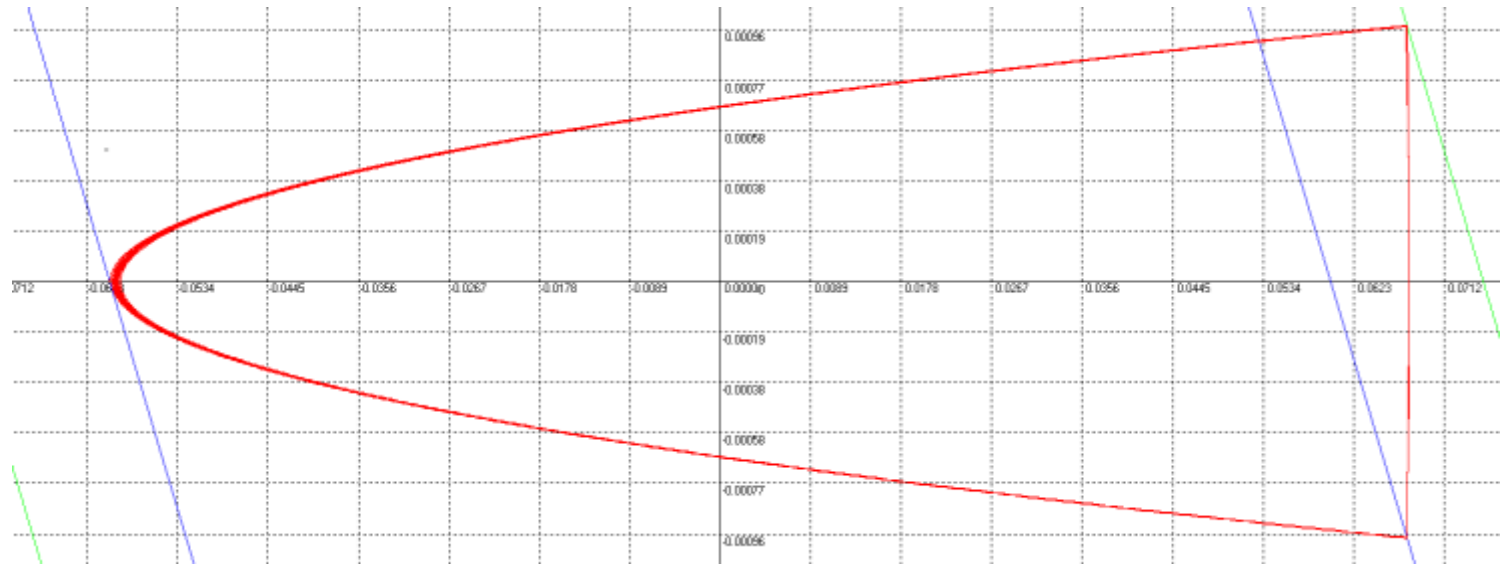
- Коэффициент усиления разворота, оптимального быстрогодействия:

$$k \approx \frac{h}{2|y_{i1}^*|}$$

- Параметры для расчетного примера:

$$\alpha_1 = 0,075 \text{ град}$$

$$h_1 = 0,015 \text{ град}$$



$$a_1 = 0,00003 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \quad g_1 = 6,539 \cdot 10^{-8} \frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \quad k_1 = 0,9 \text{ с}$$

Алгоритм оптимальной по экономичности разгрузки маховиков

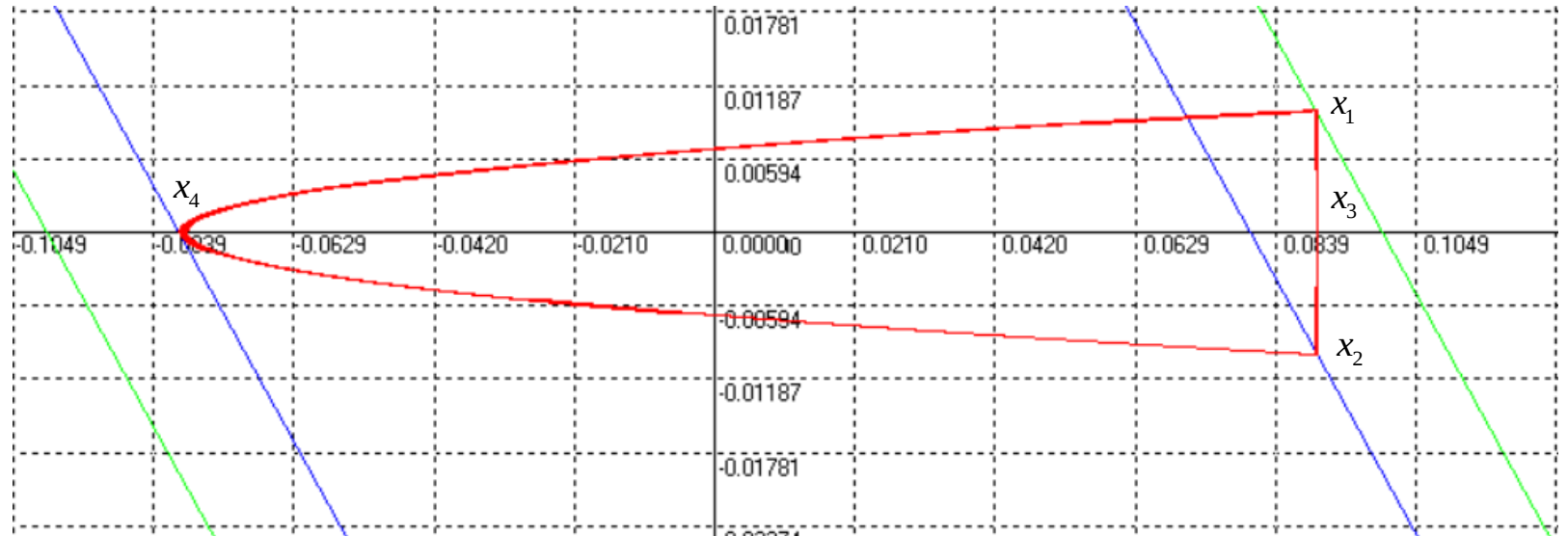
- Координаты точек:

$$x_1 = \alpha - \frac{h}{2}$$

$$x_4 = -\alpha + h$$

$$x_1 = \frac{y_1^2}{2 \cdot g_m} \rightarrow g_m = \frac{y_1^2}{2 \cdot x_1}$$

$$x_3 - x_1 = \frac{y_1^2}{2 \cdot (a - g_m)}$$



- Тормозной момент: $M_{\text{торм.}} = g_m \cdot J_i$

Выводы по работе:

1. Рассматривая динамику управления ориентацией и стабилизации КА маховиками и реактивными двигателями в условиях действия постоянного внешнего возмущающего момента, векторная модель системы редуцированием сведена к трём идентичным моделям, что позволило решение поставленных в работе задач получить в аналитическом виде. (Опорные оси - инерциальная система координат).
2. Предложен алгоритм выбора параметров инерционных и реактивных исполнительных органов системы управления ориентацией, удовлетворяющих требованиям, связанным с решением целевых задач и задач управления движением центра масс.
3. Выбранные параметры программных разворотов обеспечивают максимальное быстродействие и требуемую точность конечного состояния.
4. Исследование влияния момента торможения маховика на расход топлива при разгрузке позволили получить аналитические условия, обеспечивающие при заданных ограничениях по точности наиболее экономичный по расходу топлива режим разгрузки.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!