



МГТУ имени Н.Э. Баумана
Студенческая научная весна
Аэрокосмический факультет



апрель 2023

**СОЗДАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
АППАРАТА ДЛЯ ПОДБОРА ПАРАМЕТРОВ
УДАРНЫХ ИСПЫТАНИЙ**

Руководитель: **Хамидуллин** Руслан Камилевич

Автор: **Худайбергенов** Борислав Рустамович

Автор: **Абрамов** Игорь Александрович

Москва, 2023

Актуальность работы

При проведении ударных испытаний (с целью имитации воздействия от срабатывании пиропатронов, ударных воздействий при транспортировании и т.д.) настройка ударного стенда осуществляется итерационно-экспериментальным путем. На каждой итерации подбирается материал и толщина упруго-деформируемого слоя между соударяемыми поверхностями и проводится удар габаритно-массовым макетом (ГММ).

Алгоритм численного расчета настроек исполнительного элемента для ряда случаев испытаний требует специальной проработки.

Задача

1. Анализ существующих моделей удара.
2. Определение параметров влияющих на длительность и форму ударного импульса.
3. Сравнение использования различных моделей удара для описания экспериментальных испытаний для различных форм и материалов соударяемых поверхностей.
4. Сопоставление результатов моделирования при различных моделях удара с результатами реальных испытаний.
5. Создание математического аппарата для определения материалов и толщины упруго-деформируемого слоя (УДС) с целью подбора параметров режимов ударных испытаний.

Алгоритм исследования

1. Литературный обзор существующих моделей удара
2. Определение параметров, использующихся в моделях удара.
3. Создание математической модели ударного воздействия на испытываемый элемент при различных моделях удара.
4. Определение порядка проведения испытаний для различных форм и материалов соударяемых объектов.
5. Верификация математических моделей по результатам испытаний
6. Определение наиболее достоверной модели удара.

Рассмотренные модели удара

- Модель удара классической механики
- Модель Ньютона (стереомеханический удар),
- модель Кельвина — Фойхта,
- Модель Герца,
- Модель Герца – Ханта – Кроссли
- Нелинейная вязкоупругопластичная модель.

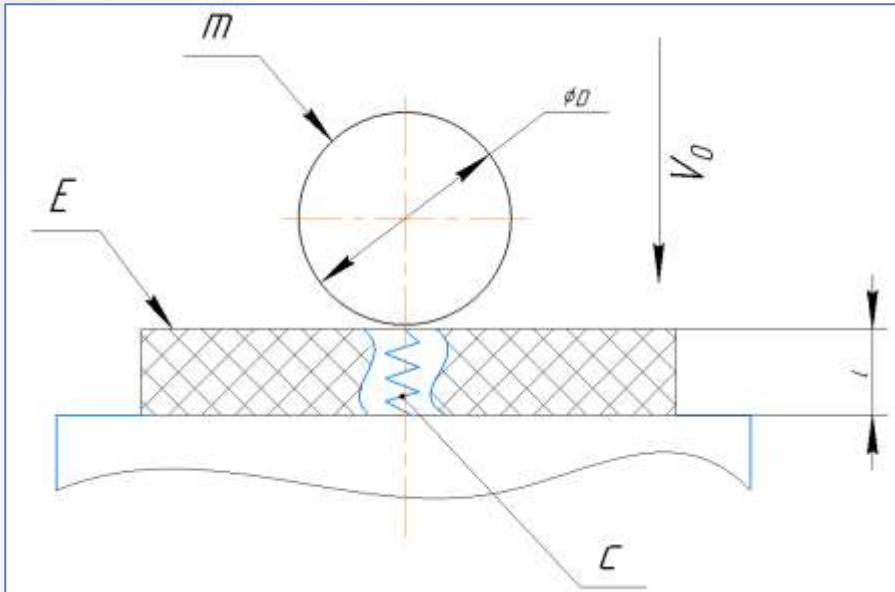
Сопоставление параметров, использующихся в моделях удара.

	Модель Ньютона	Модель Кельвина - Фойхта	Модель Герца	Модель Герца – Ханта - Кроссли	Нелинейная вязкоупругая модель
Форма соударяющихся поверхностей	-	-	+	+	+
Толщина упруго- деформируемого слоя	+	+	+	+	+
Жёсткость материалов	+	+	+	+	+
Масса	+	+	+	+	+
Скорость соударения	+	+	+	+	+
Сила трения	-	-	+	-	+
Внутреннее рассеяние энергии	-	+	-	+	+

Создание математической модели ударных испытаний при различных моделях удара.

Модель Ньютона

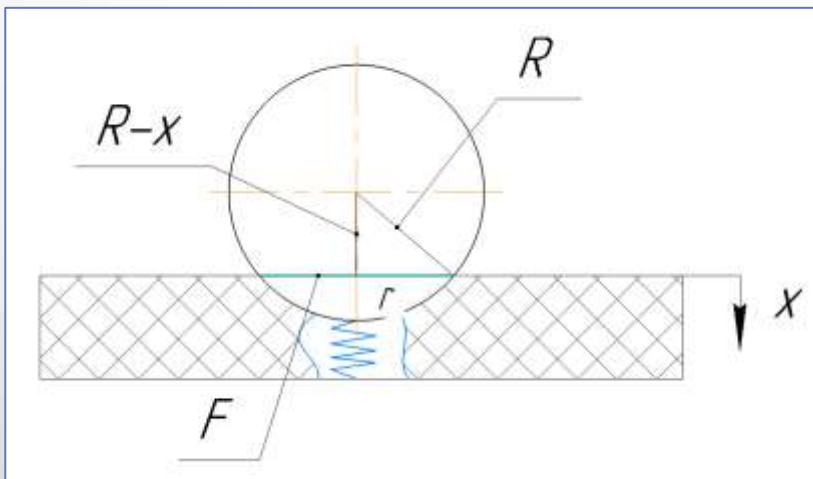
(стереомеханический удар)



Дифференциальное уравнение движения тела в процессе удара:

$$m\ddot{x} + cx = mg$$

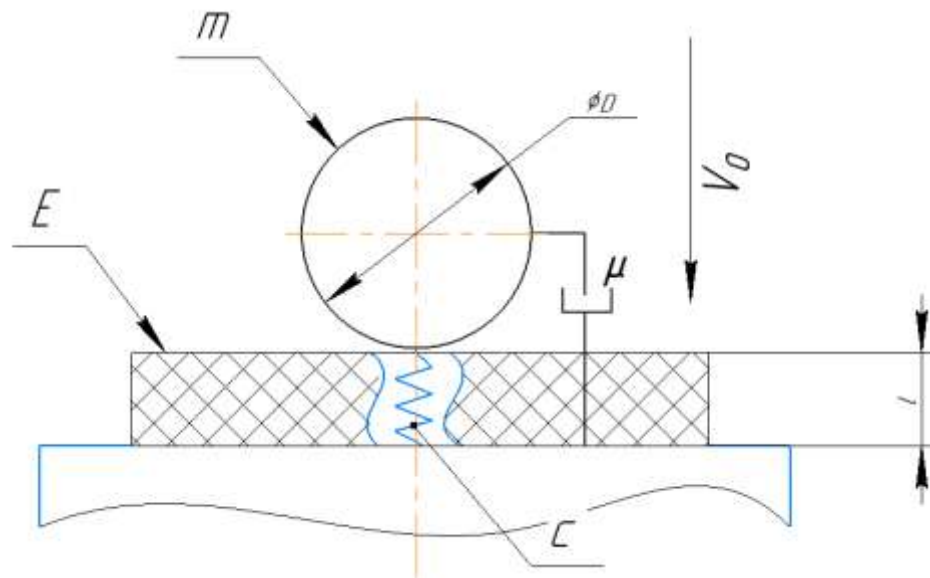
x — координата шарика



$$c = \frac{EF}{l}, \text{ где}$$

$$F = \pi \left(R^2 - (R-x)^2 \right)$$

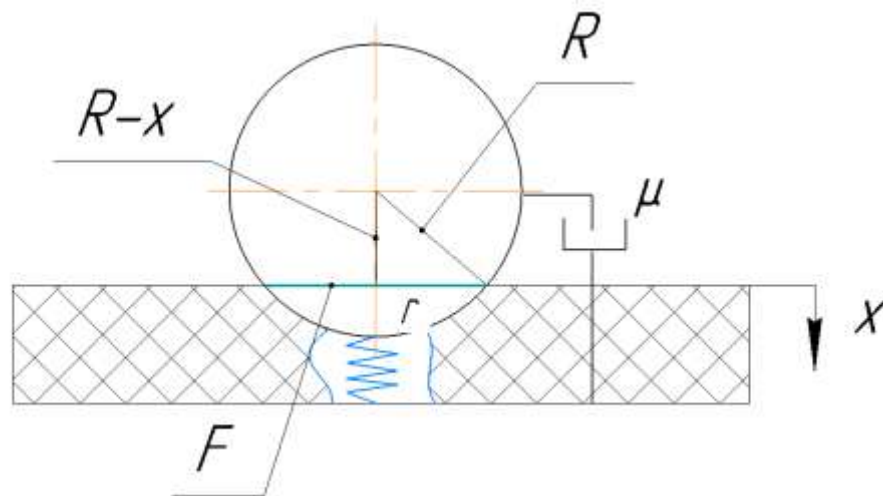
Модель Кельвина – Фойхта



Дифференциальное уравнение движения тела в процессе удара:

$$m\ddot{x} + cx = mg - \mu\dot{x}$$

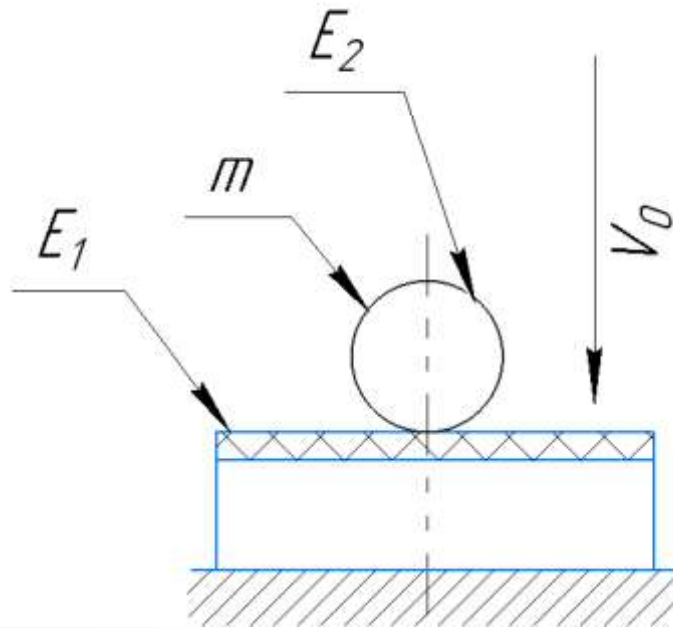
x — координата шарика



$$c = \frac{EF}{l}, \text{ где}$$

$$F = \pi \left(R^2 - (R-x)^2 \right)$$

Модель Герца



Дифференциальное уравнение движения тела в процессе удара:

$$F = cx^n$$

$$m\ddot{x} = mg - cx^n$$

x — координата тела

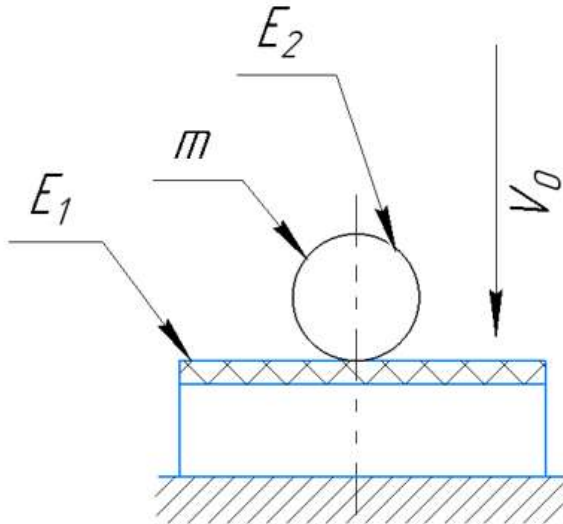
c — коэффициент упругости

n — определяется формой поверхности тела и препятствия

Форма наконечника	n
Шар	$3/2$
Цилиндр	1

$$\frac{1}{c} = \frac{3}{4} \left(\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right) \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}.$$

Модель Герца-Ханта-Кроссли



$$m\ddot{x} = F(x, \dot{x})$$

$$F(x, \dot{x}) = mg - cx^n(1 + b\dot{x})$$

b – постоянная вязкого трения.

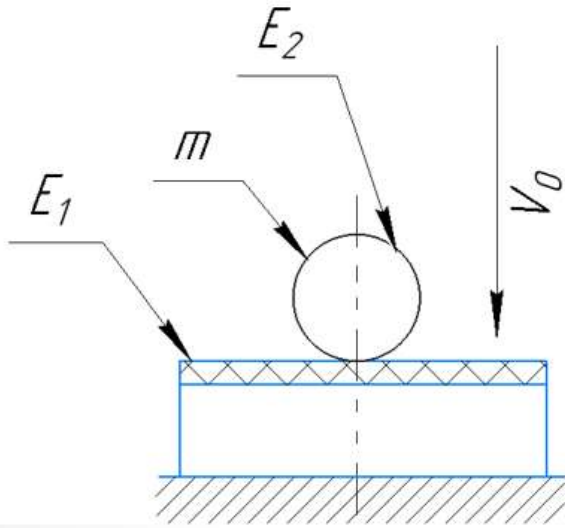
c – коэффициент упругости.

n – поправочный коэффициент, учитывающий форму наконечника
Соударяющихся поверхностей

Форма наконечника	n
Шар	$3/2$
Цилиндр	1

$$\frac{1}{c} = \frac{3}{4} \left(\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right) \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}.$$

Нелинейная вязкоупругопластичная модель удара



$$m\ddot{x} = F(x, \dot{x})$$

$$F(x, \dot{x}) = mg - cx^n(1 + b\dot{x} - d)$$

d — постоянная вязкого трения.

b — постоянная сухого трения

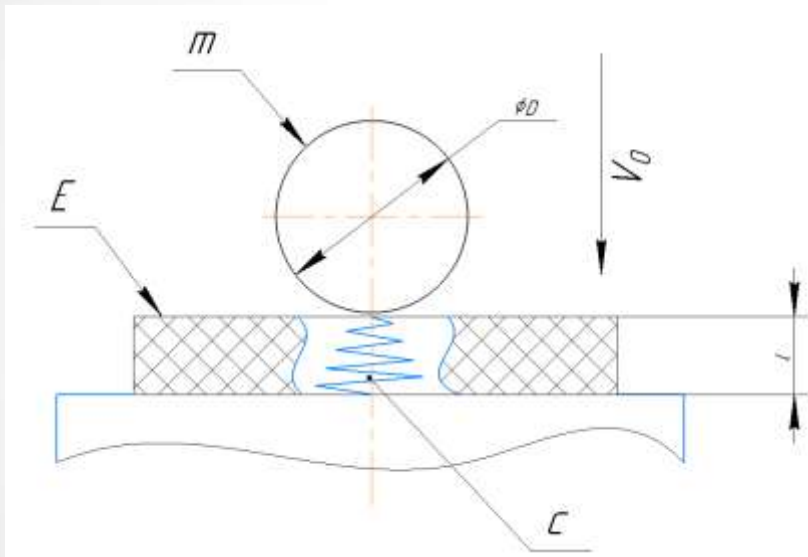
c — коэффициент упругости

n — поправочный коэффициент, учитывающий форму соударяющихся поверхностей

$$\frac{1}{c} = \frac{3}{4} \left(\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right) \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}.$$

Форма наконечника	n
Шар	3/2
Цилиндр	1

Модель Ньютона с нелинейным коэффициентом упругости



Дифференциальное уравнение движения тела в процессе удара:

$$m\ddot{x} + cx^3 = mg$$

x — координата шарика

$$c = \frac{EF}{l}, \text{ где}$$

$$F = \pi \left(R^2 - (R - x)^2 \right)$$

Проведение экспериментальных исследований

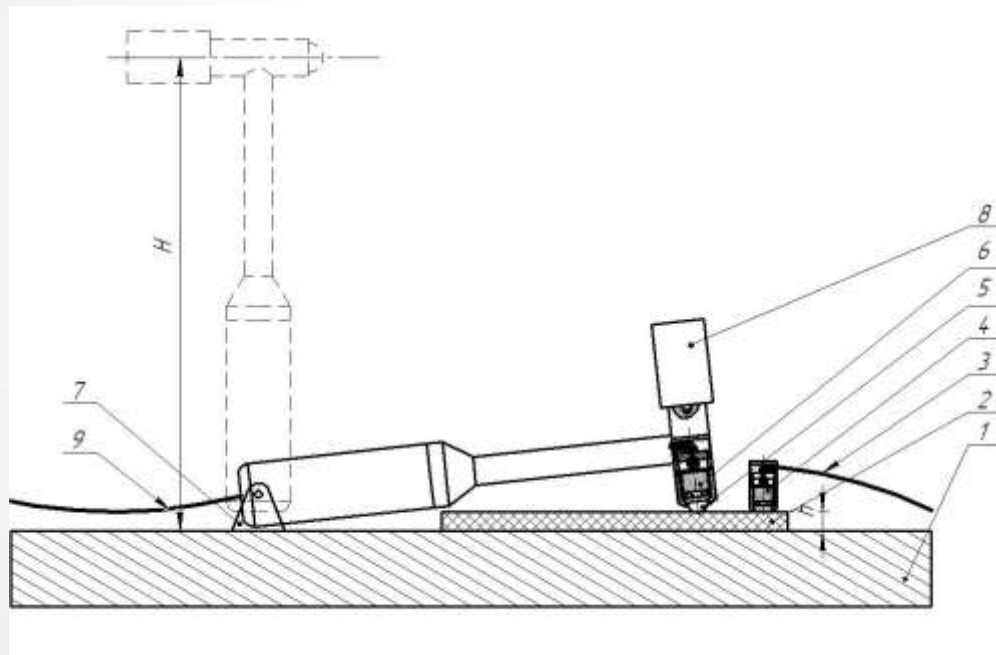


Схема исследования

Обозначения:

- 1- Жёсткое основание
- 2- Упруго-деформируемый слой
- 3- Выходной канал №1
- 4- Пьезоэлемент №1
- 5- Наконечник
- 6 – Пьезоэлемент №2
- 7- Ось вращения
- 8- Ударный молоток
- 9- Выходной канал №2

Проведение экспериментальных исследований

В рамках экспериментального исследования определялась зависимость длительности ударного воздействия от следующих параметров:

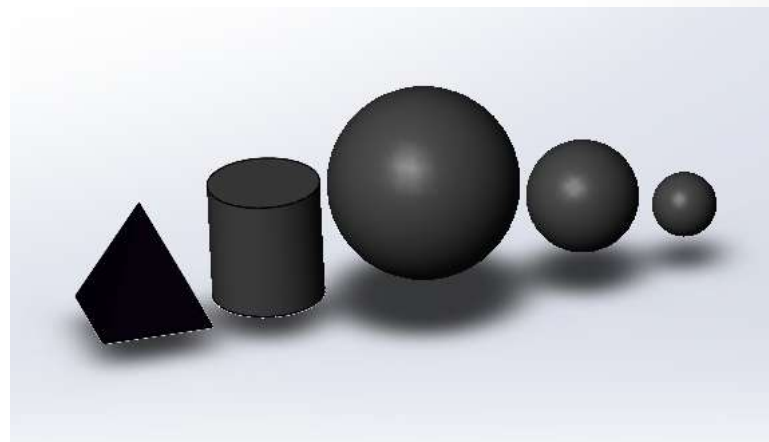
1. **Материал наконечника:** сталь 20х13, стекло кварцевое, пластик PETG
2. **Конфигурация наконечника:** пирамида, сферы диаметром 8, 14, 23 мм, цилиндр диаметром 14 мм.
3. **Масса наконечника:** 0.1 кг, 0.3 кг, 0.5 кг.
4. **Скорость соударения:** 2.34 м/с, 3.2 м/с, 3.9 м/с
5. **Толщина упруго – деформируемого слоя:** 3мм, 6мм, 9мм.

При проведении серии экспериментов с изменением одного параметра остальные параметры оставались неизменными.

Проведение экспериментальных исследований



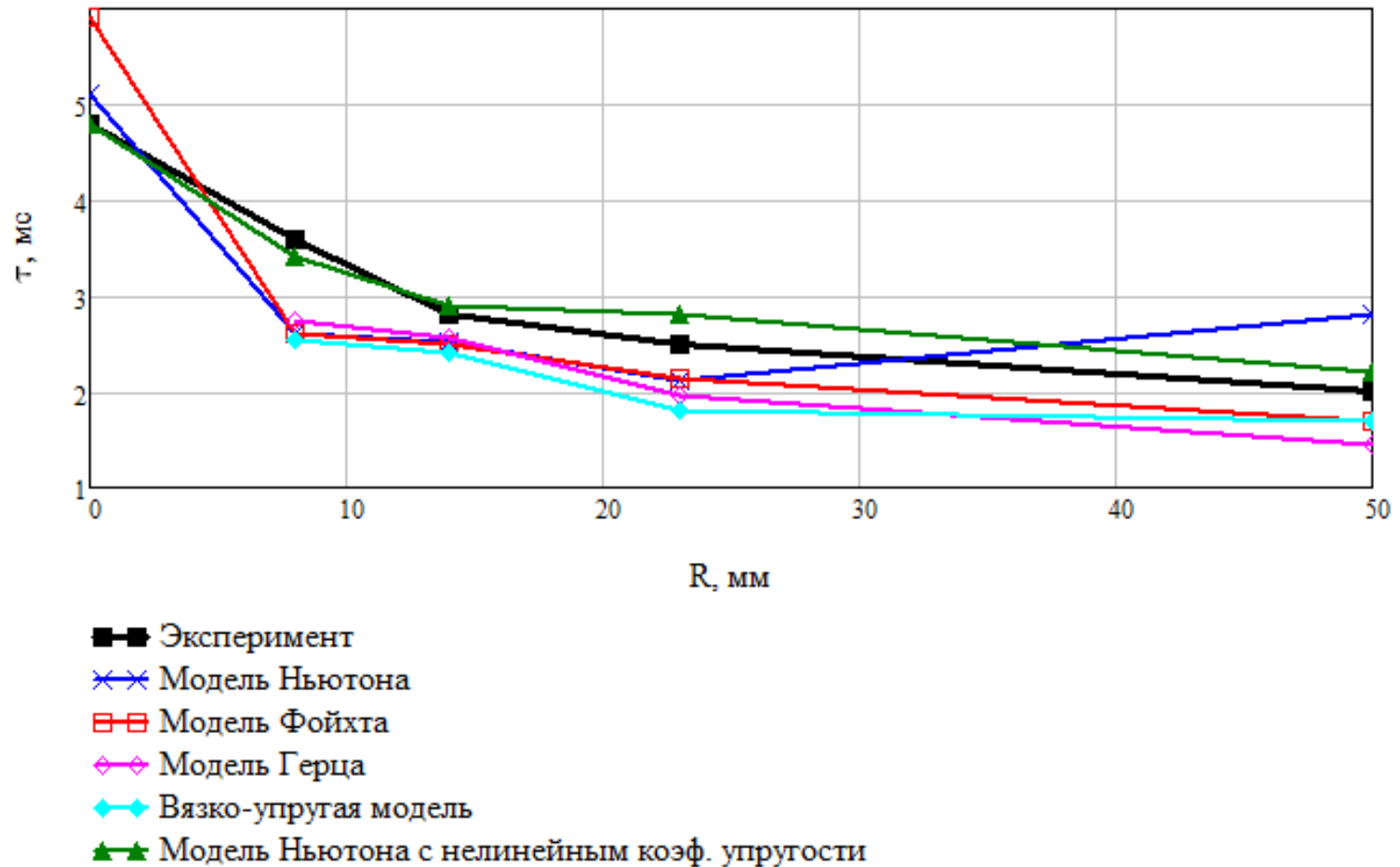
Ударный молоток icp
Impact hammer modally tuner
с встроенным датчиком силы.



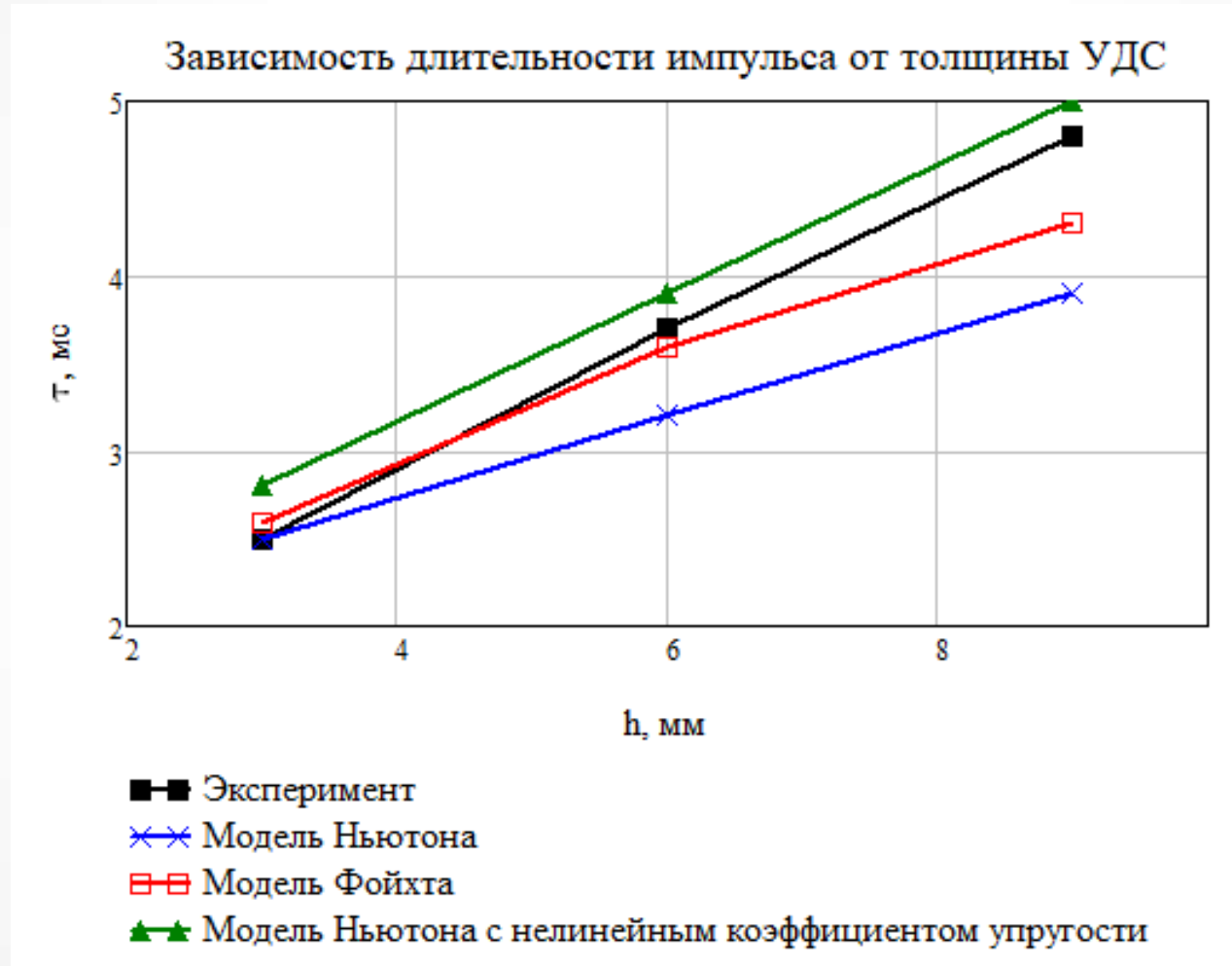
Конфигурации исполнительных
поверхностей.

Сравнение моделей удара

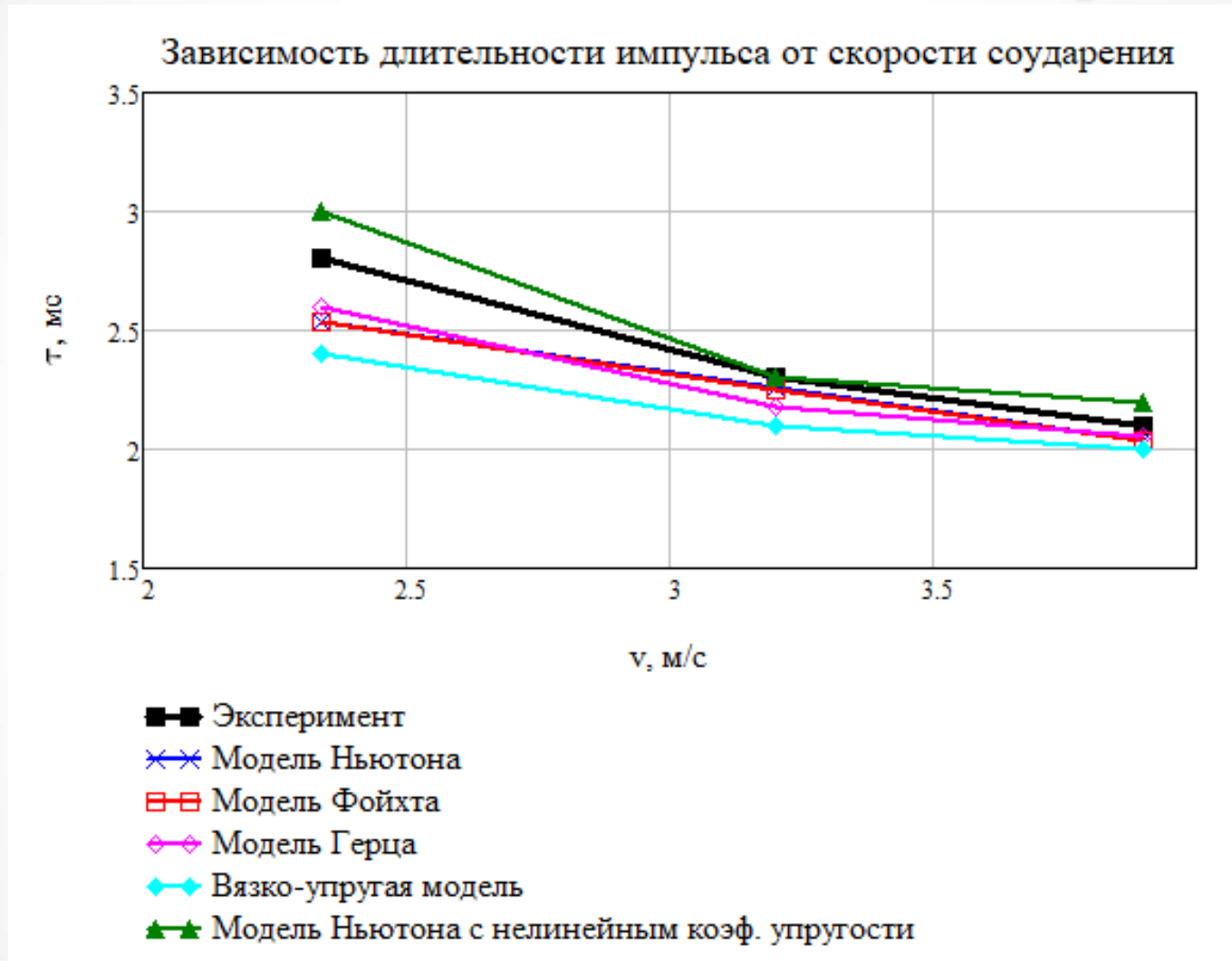
Зависимость длительности импульса от формы исполнительного элемента



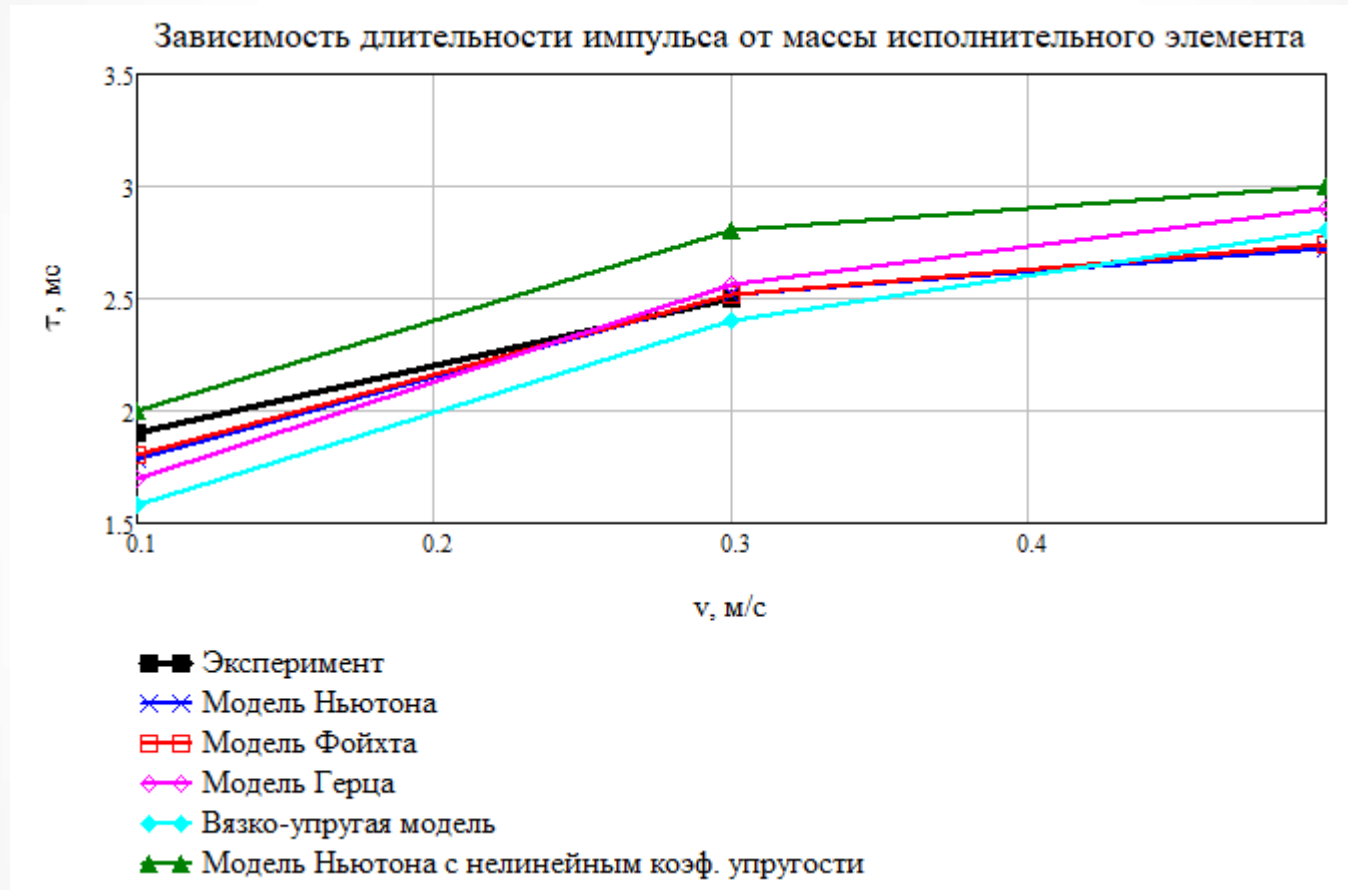
Сравнение моделей удара



Сравнение моделей удара



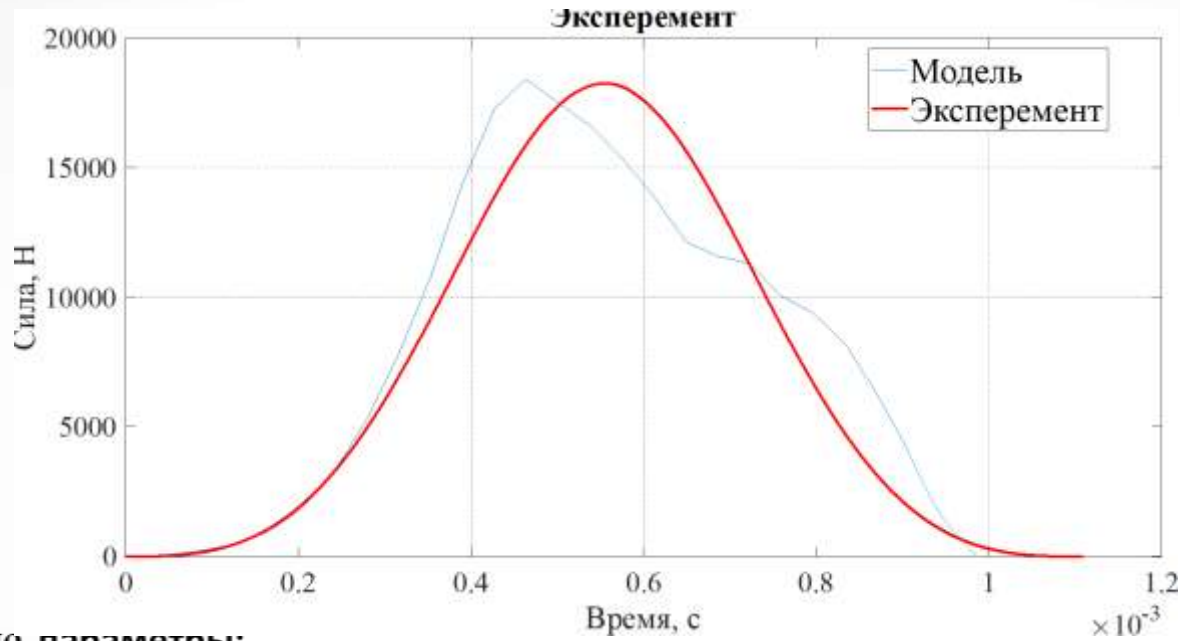
Сравнение моделей удара



Рекомендации к применению математического аппарата для проведения ударных испытаний

1. Определяются исходные данные (длительность импульса, амплитуда силы, форма импульса).
2. Для моделирования используется математическая модель Ньютона с нелинейным коэффициентом упругости. На основании полученных зависимостей подбираются параметры (толщина УДС, масса и форма исполнительного элемента, скорость соударения), обеспечивающие заявленные требования.
3. Проводится экспериментальная отработка изделия.

Проведение ударного испытания на ударном стенде



Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

сталь: $E_2 = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$,

Форма исполнительного элемента:

Цилиндр $D=10 \text{ см}$

Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5 \text{ МПа}$.

Масса исполнительного элемента: $m = 200 \text{ кг}$.

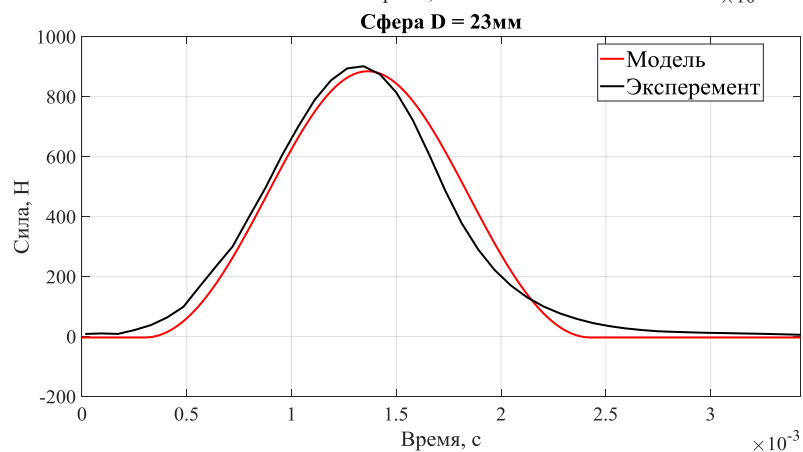
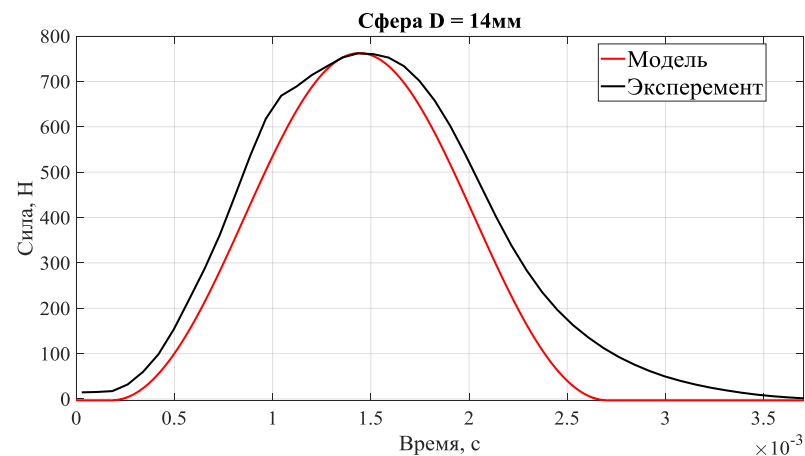
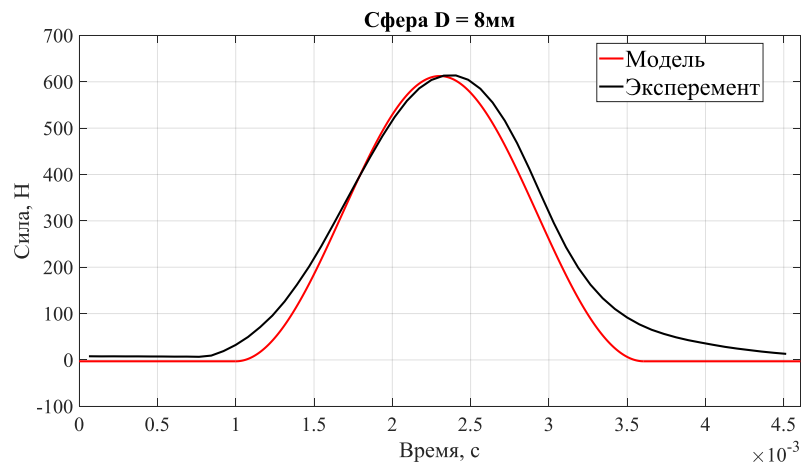
Скорость соударения поверхностей: $v_0 = 1,73 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Слой УДС: 3 мм

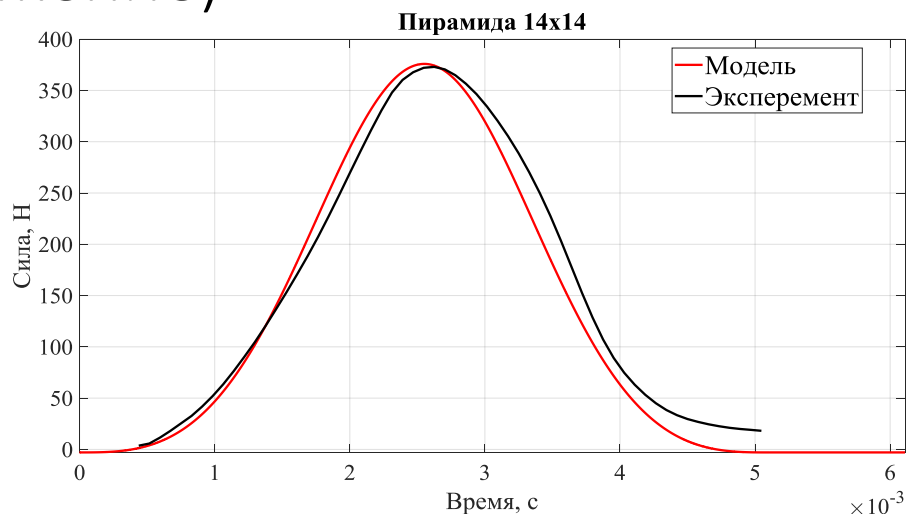
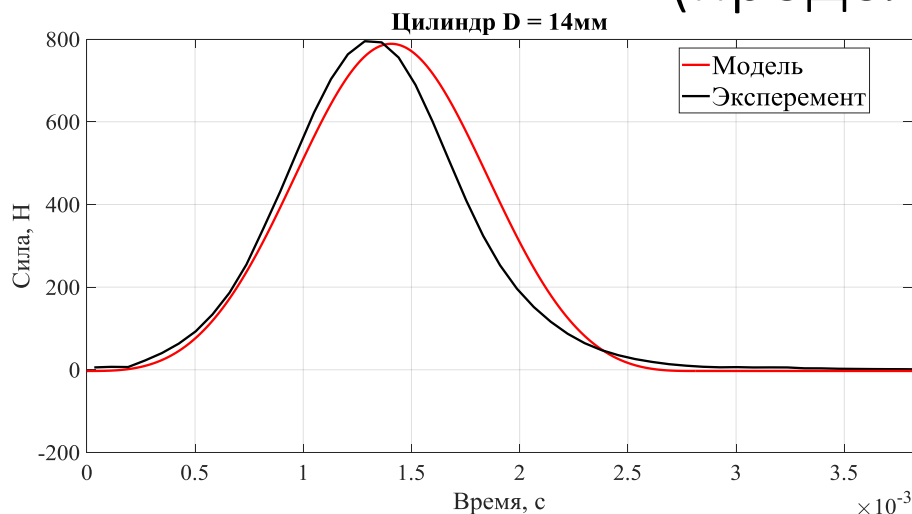
Время удара, мс			Коэфф. восстановления	Максимальная сила, Н
Теор.	Эксп.	$\Delta, \%$		
1	0,9	3.0	0,998	17561,8

Верификация математических моделей

Результаты моделирования удара при различных формах наконечника по модели Ньютона



Результаты моделирования удара при различных формах исполнительного элемента по модели Ньютона (продолжение)



Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа.

Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

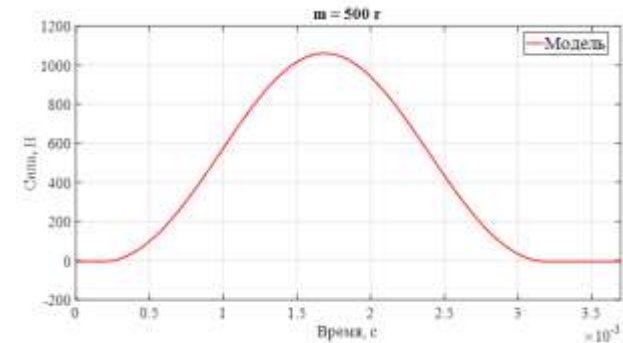
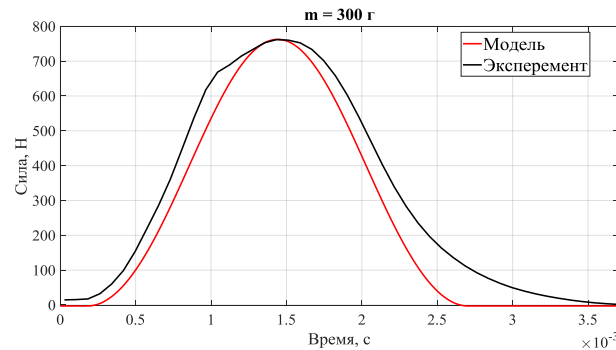
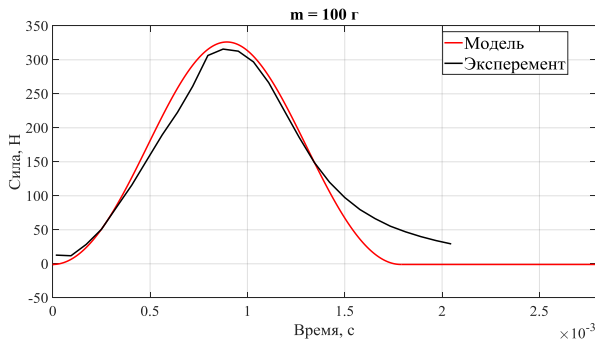
Масса исполнительного элемента: $m = 0.3$ кг.

Скорость соударяемых поверхностей: $v_0 = 2.34 \frac{м}{с}$

Толщина упруго-деформируемого слоя: 3мм

Результаты моделирования при различной форме наконечника					
Форма	Время удара, мс			Кэфф. восстановления	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	Δ , %		
Шар D=8мм	2,6	3.6	27	1	612,42
Шар D=14мм	2,52	2.8	55	1	762,54
Шар D=23мм	2,12	2.5	15.2	0,9994	884,89
Цилиндр	2,81	2	40	1	788,76
Пирамида	5,11	4.8	6.2	0,999	375,87

Результаты моделирования удара при различной массе исполнительного элемента по модели Ньютона



Результаты моделирования при различной форме наконечника					
Масса	Время удара, мс			Коэфф. восстано-в-ления	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	$\Delta, \%$		
m=100г	1.79	1.9	5.7	1	326,23
m=300г	2.52	3.2	15.6	1	762.54
m=500	2.72	-	-	1	1026.54

Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа.

Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

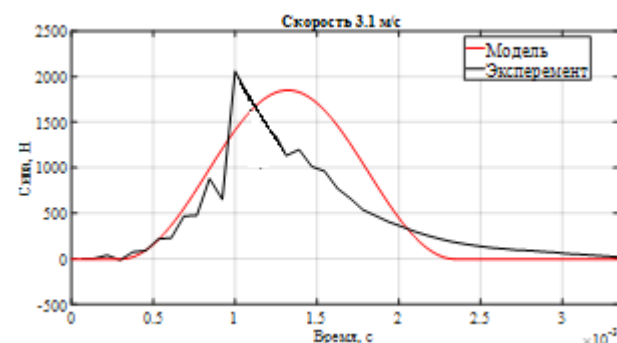
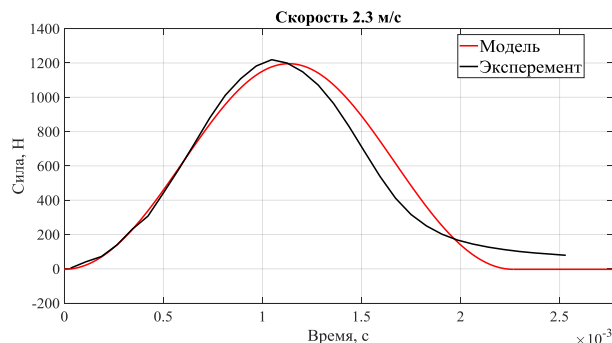
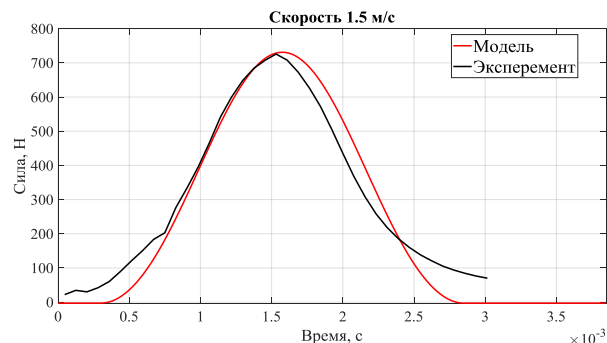
Форма исполнительного элемента:

Сфера $D=14$ мм

Скорость соударяемых поверхностей: $v_0 = 2.34 \frac{м}{с}$.

Толщина упруго-деформируемого слоя: 3мм

Результаты моделирования удара при различной скорости соударения поверхностей по модели Ньютона



Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа.

Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

Форма исполнительного элемента:

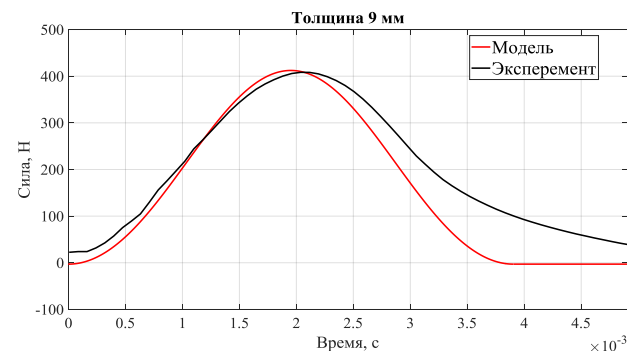
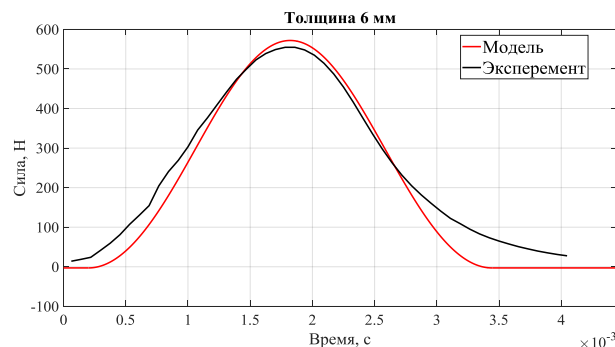
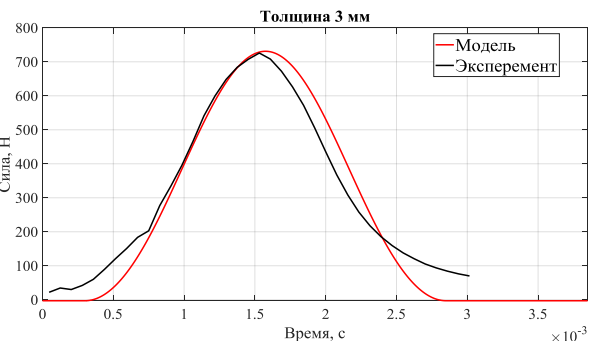
Сфера $D=14$ мм

Толщина упруго-деформируемого слоя: 3мм

Результаты моделирования при различной скорости соударения

Скорость	Время удара, мс			Кoeff. восстановления	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	$\Delta, \%$		
2,3 м/с	2,54	2.8	1.6	1	730,95
3,2 м/с	2,26	2.3	1.7	1	1195,9
3,6 м/с	2,04	2.1	2.8	1	1849

Результаты моделирования удара при различных значениях толщины упруго-деформированного слоя по модели Ньютона



Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

стекло кварцевое: $E_2 = 1.73$ ГПа.

Форма исполнительного элемента:

Сфера $D=14$ мм

Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

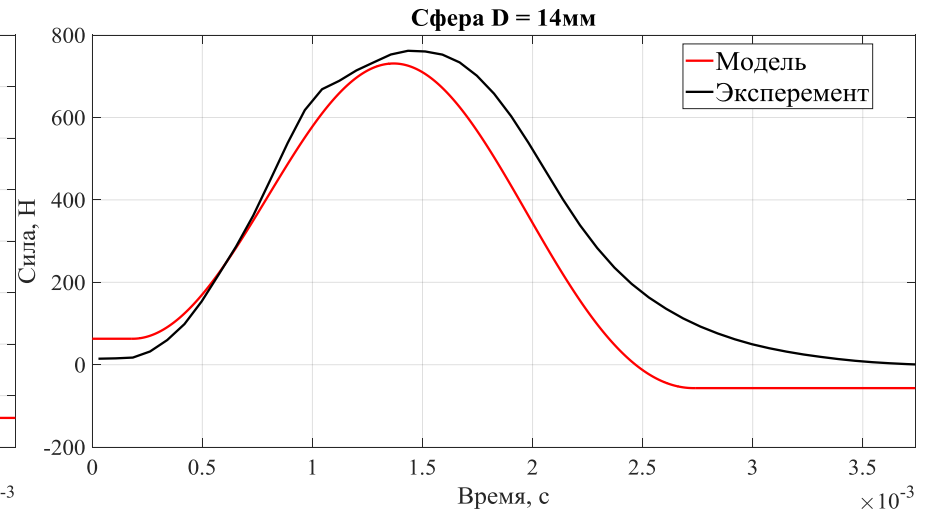
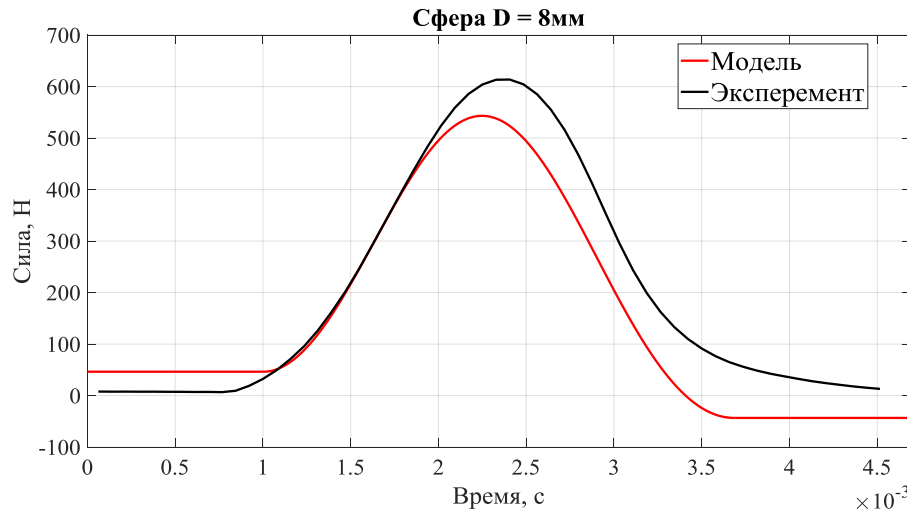
Масса исполнительного элемента: $m = 0.3$ кг.

Скорость соударяемых поверхностей: $v_0 = 2.34 \frac{м}{с}$.

Результаты моделирования при различной толщине упруго – деформируемого слоя

h, мм	Время удара, мс			Коэфф. восстановления	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	Δ , %		
3	2,54	2.5	16	1*	1172,3
6	3,2	3.7	5.4	1*	558,1
9	3,9	4.8	12.5	1*	434

Результаты моделирования удара при различных формах наконечника по модели Фойхта



Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа.

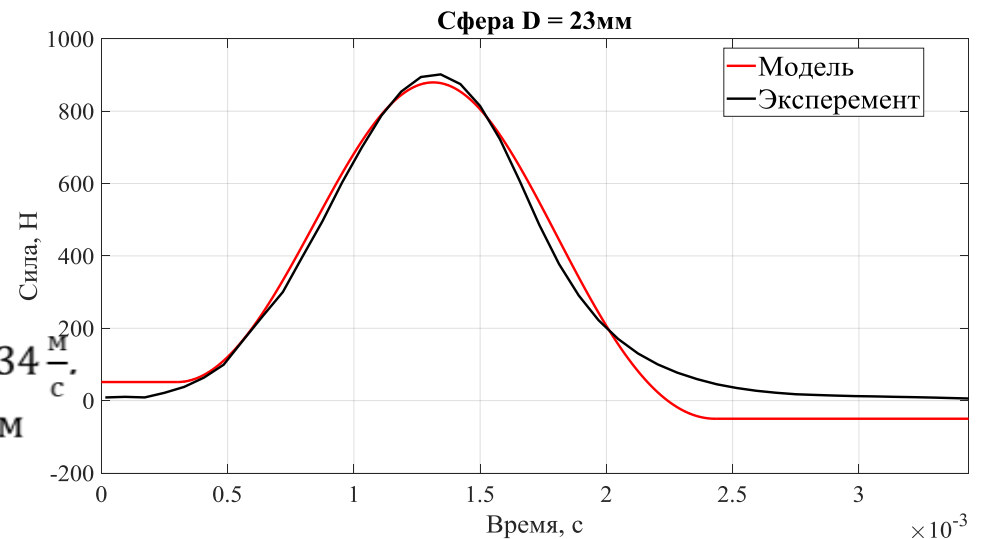
Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

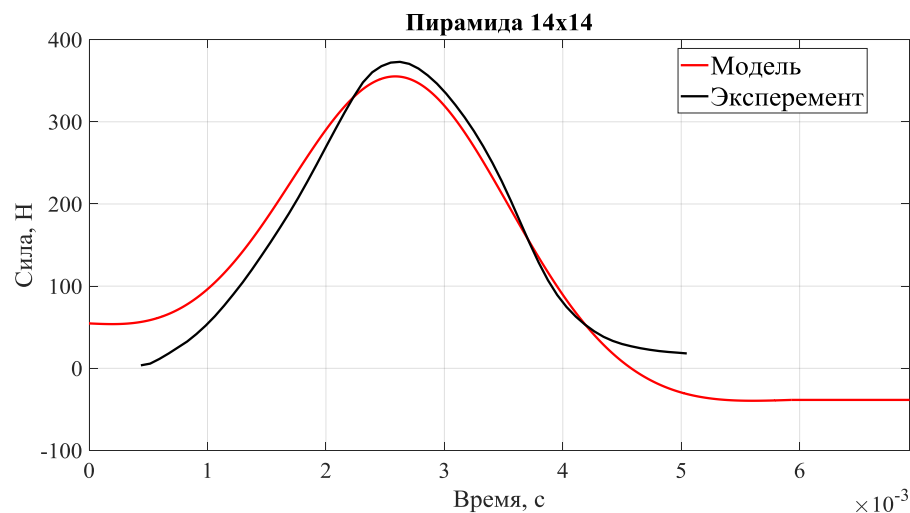
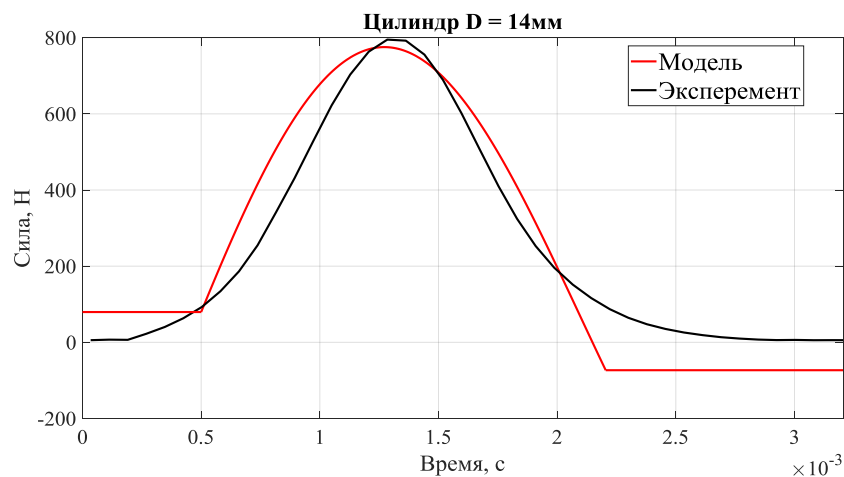
Масса исполнительного элемента: $m = 0.3$ кг.

Скорость соударяемых поверхностей: $v_0 = 2.34 \frac{м}{с}$.

Толщина упруго-деформируемого слоя: 3мм

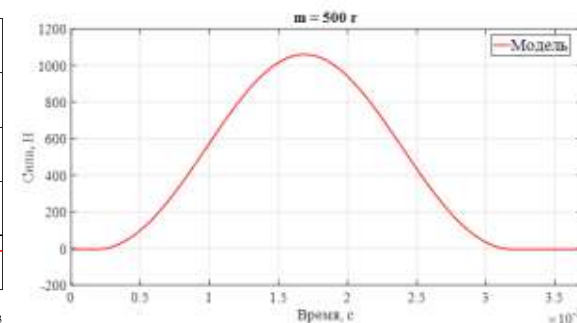
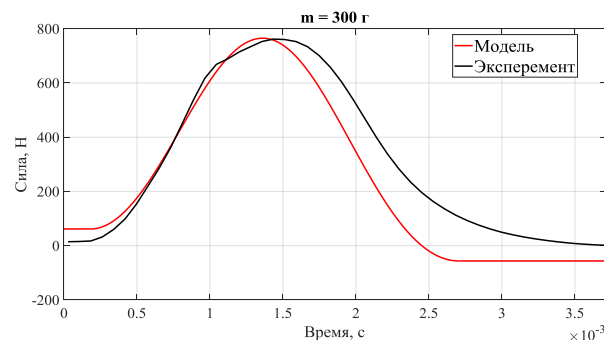
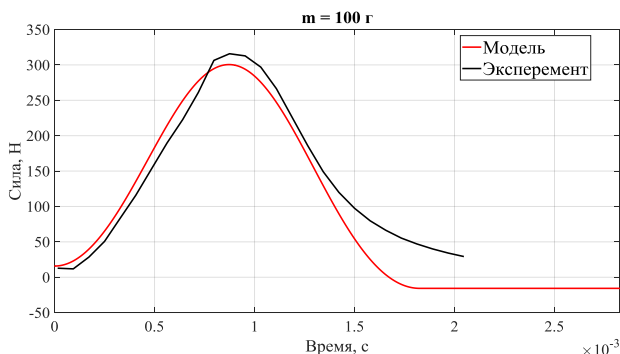


Результаты моделирования удара при различных формах наконечника по модели Фойхта (продолжение)



Результаты моделирования при различной форме исполнительного элемента						
Форма	Время удара, мс			Коэфф. восстановления	Коэффициент вязкого трения	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	Δ , %			
Шар D=8мм	2,6	3.6	27.7	0,81	38	543,21
Шар D=14мм	2,52	2.8	10	0,81	40	731,52
Шар D=23мм	2,13	2.5	14.8	0,86	34	879,52
Цилиндр	1,7	2	15	0,85	55	775,56
Пирамида	5,9	4.8	22.8	0,6	36	355,27

Результаты моделирования удара при различной массе исполнительного элемента по модели Фойхта



Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа.

Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

Форма исполнительного элемента:

Сфера $D=14$ мм

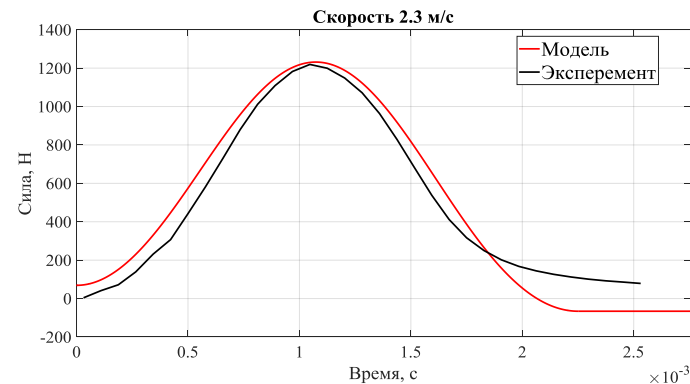
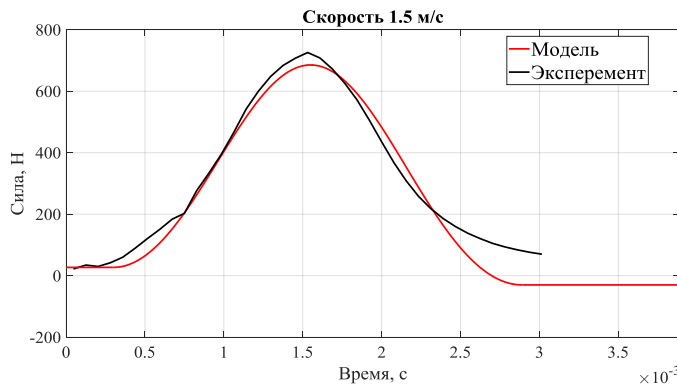
Скорость соударения поверхностей: $v_0 = 2.34 \frac{м}{с}$.

Толщина упруго-деформируемого слоя: 3мм

Результаты моделирования при различной массе исполнительного элемента

Масса	Время удара, мс			Коэфф. восстановления	Коэфф. вязкого трения	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	$\Delta, \%$			
m=100г	1.8	1.9	1.2	0,87	12	765,12
m=300г	2.52	3.2	21.2	0,82	18	300,47
m=500г	2.74	-	-	0.79	23	1064.23

Результаты моделирования удара при различной скорости соударения по модели Фойхта



Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа.

Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

Форма исполнительного элемента:

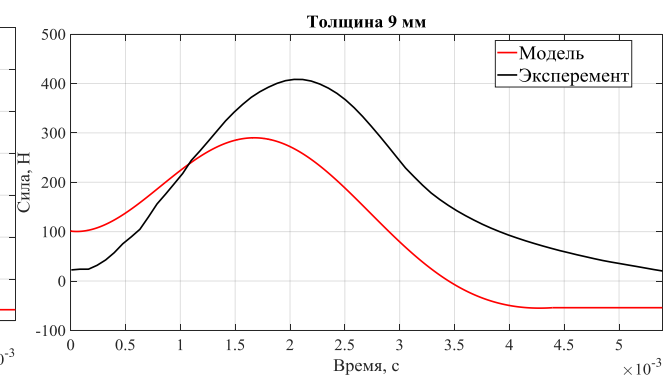
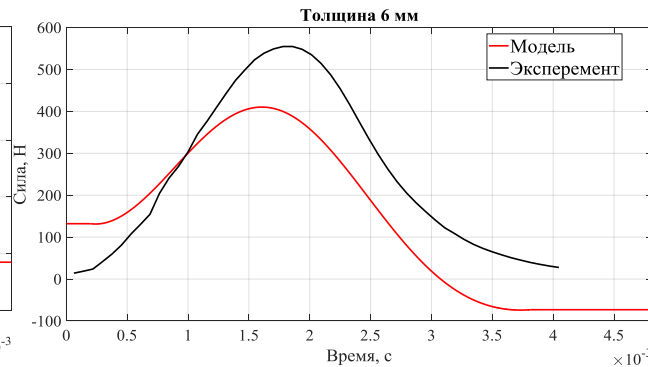
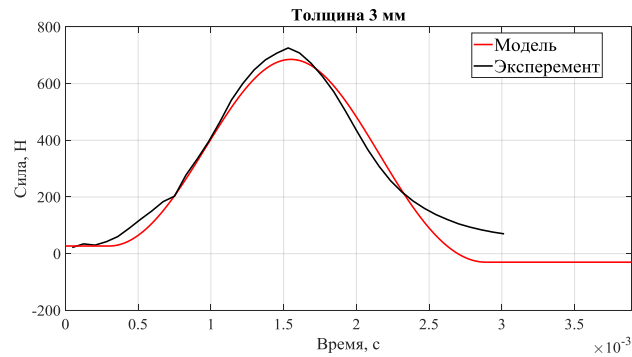
Сфера $D=14$ мм

Толщина УДС: 3мм

Результаты моделирования при различной скорости соударения

Скорость Б	Время удара, мс			Коэфф · восста нов- ления	Коэффи циент вязкого трения	Максималь ная сила, Н
	Тео р.	Эксп ·	Δ , %			
1,5 м/с	2,54	2.8	10.4	0,9	20	685,3
2,3 м/с	2,25	2.3	2.2	0,87	30	1231.5
3,1 м/с	-	2.1	-	-		-

Результаты моделирования удара при различных значениях толщины упруго-деформируемого слоя по модели Фойхта



Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

стекло кварцевое: $E_2 = 1.73$ ГПа.

Форма исполнительного элемента:

Сфера $D=14$ мм

Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

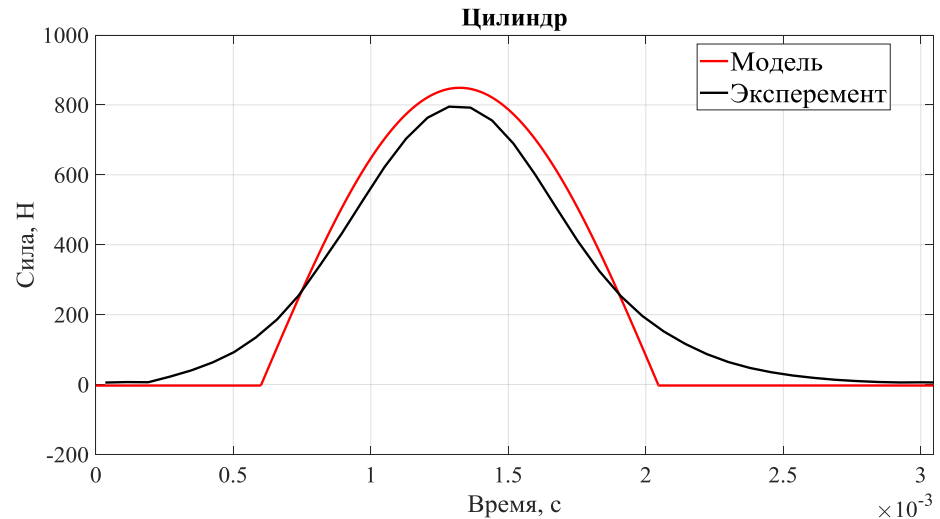
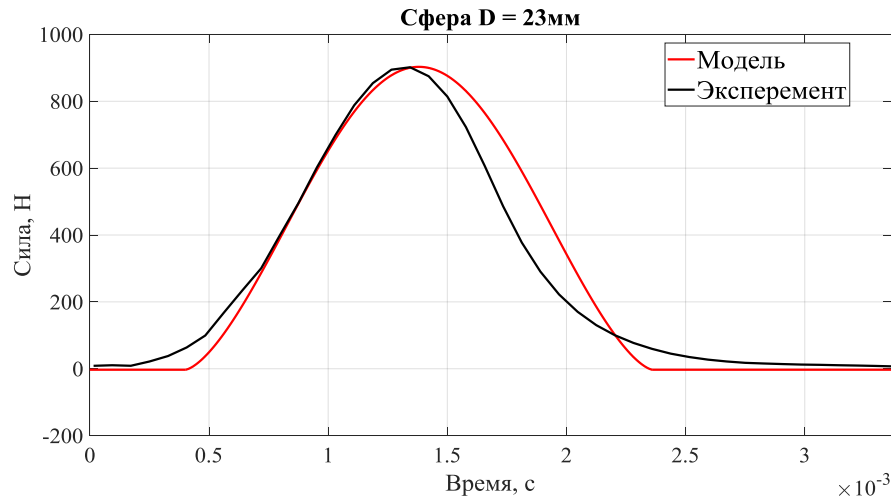
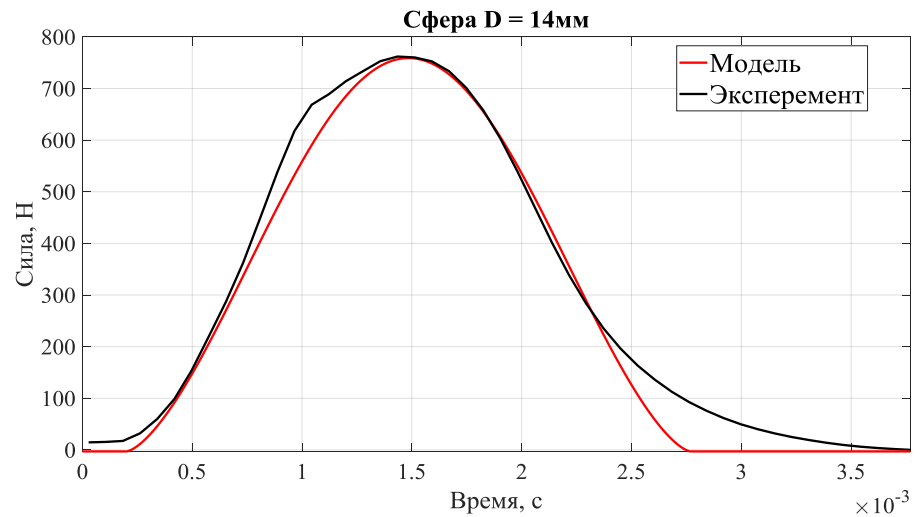
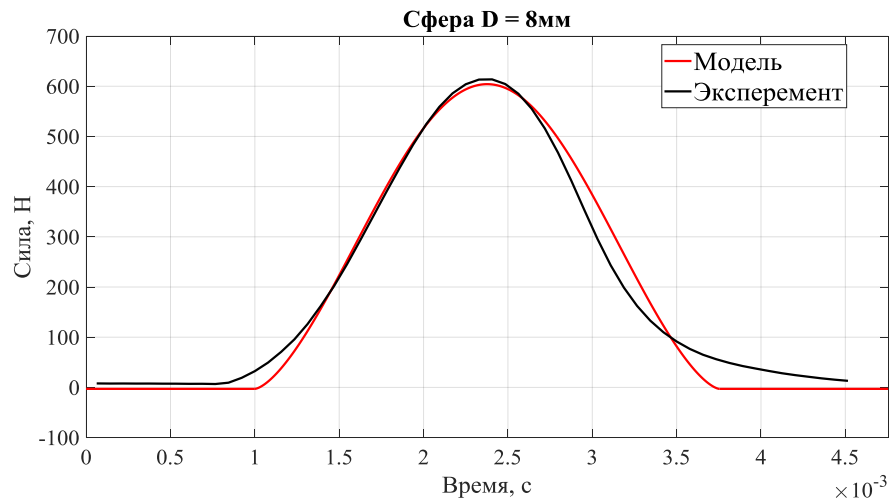
Масса исполнительного элемента: $m = 0.3$ кг.

Скорость соударения поверхностей: $v_0 = 2.34 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Результаты моделирования при различной толщине упруго – деформируемого слоя

h, мм	Время удара, мс			Коэфф. восстановления	Коэффициент вязкого трения	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	$\Delta, \%$			
3	2,59	2.5	1.6	0,9	20	685,3
6	3,6	3.7	2.7	0,51	90	410
9	4,3	4.8	10.4	0,49	80	290

Результаты моделирования удара при различных формах исполнительной поверхности по модели Герца



Результаты моделирования удара при различных формах исполнительной поверхности по модели Герца (продолжение)

Постоянные параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа.

Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

Форма исполнительного элемента:

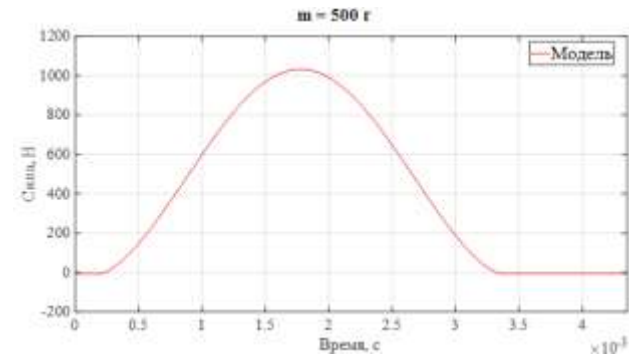
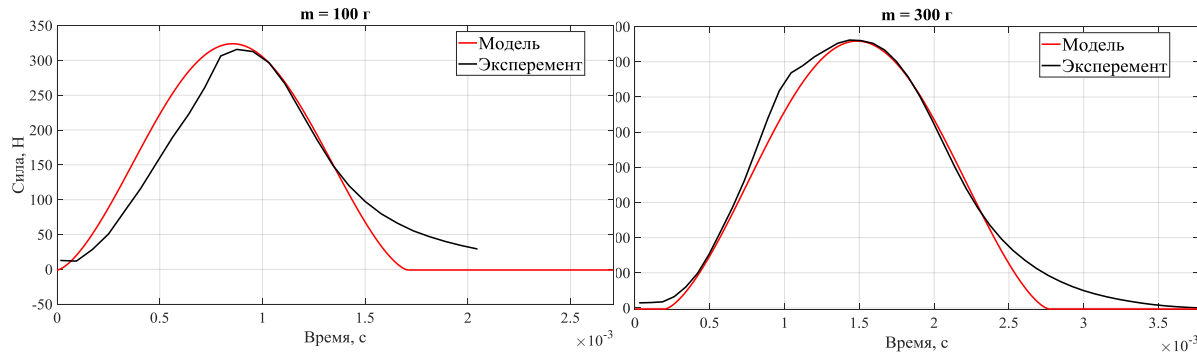
Сфера $D=14$ мм

Скорость соударения: $v_0 = 2.34 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Толщина упруго-деформируемого слоя: 3мм

Результаты моделирования при различной форме наконечника					
Форма	Время удара, мс			Коэфф. восстано в-ления	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	Δ , %		
Шар $D=8\text{мм}$	2,75	3.6	36.3	0,998	604,14
Шар $D=14\text{мм}$	2,56	2.8	8.5	0,999	758,91
Шар $D=23\text{мм}$	1,96	2.5	21.6	0,999	902,96
Цилиндр	1,44	2	28	1	848,93

Результаты моделирования удара при различной массе исполнительного элемента по модели Герца



Результаты моделирования при различной форме исполнительного элемента					
Массе	Время удара, мс			Коэфф. восстановления	Максимальная сила, Н
	Теор	Эксп.	Δ , %		
m=100г	1,7	1.9	10.5	1	323,91
m=300г	2.56	3.2	18.75	0.999	758.91
m=500г	2.9	-	-	0.99	1036,74

Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73 \text{ ГПа}$.

Материал УДС:

резина техническая: $E_1 = 5 \text{ МПа}$.

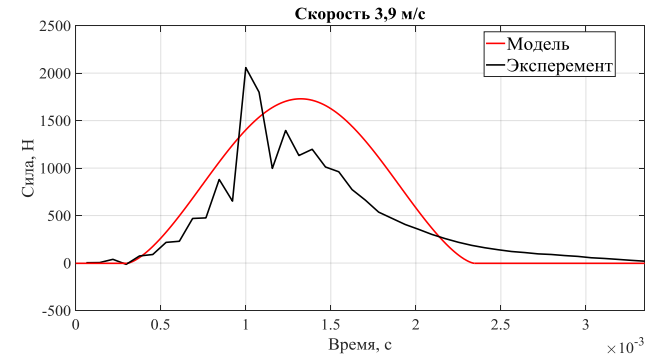
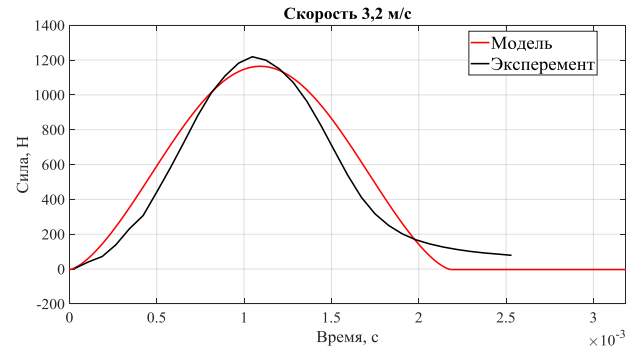
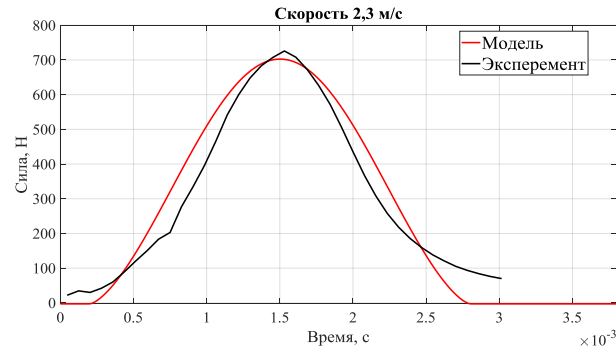
Форма исполнительного элемента:

Сфера $D=14 \text{ мм}$

Скорость соударения: $v_0 = 2.34 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Толщина УДС: 3мм

Результаты моделирования удара при различной скорости соударения по модели Герца



Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа, $b = 0.5$.

Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

Форма исполнительного элемента:

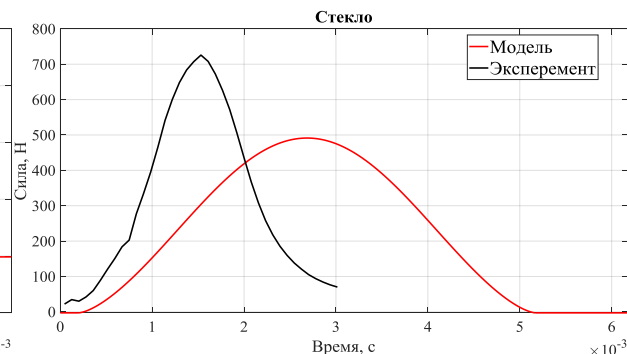
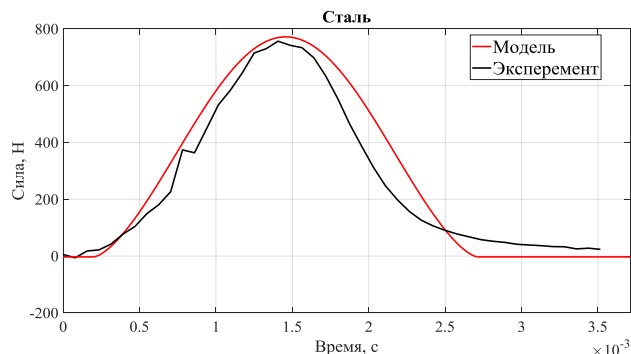
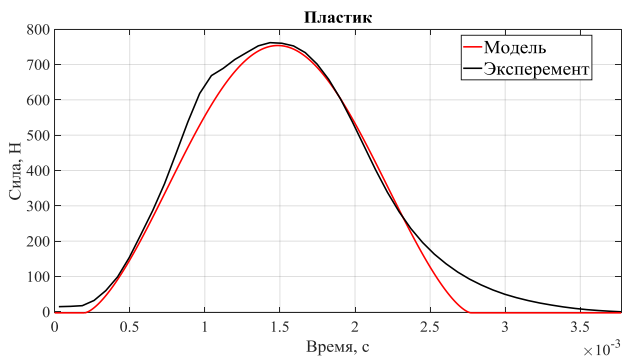
Сфера $D=14$ мм

Толщина УДС: 3 мм

Результаты моделирования при различной форме наконечника

Скорост ь	Время удара, мс			Коэфф. восстанов- ления	Максималь ная сила, Н
	Теор.	Эксп.	Δ , %		
2,3 м/с	2,6	2.8	7.1	0,999	702,47
3,2 м/с	2,18	2.3	5.2	1	1164
3,9 м/с	2,04	2.1	2.8	1	1729

Результаты моделирования удара при различных материалах исполнительного элемента по модели Герца



Неизменяемые параметры:

Материал УДС:

резина техническая: $E_1 = 5$ Мпа.

Форма исполнительного элемента:

Сфера $D=14$ мм

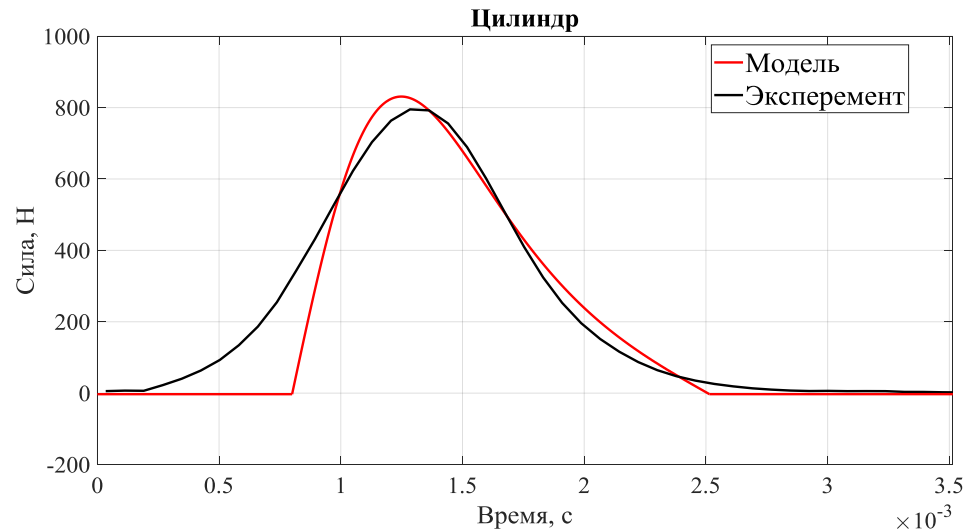
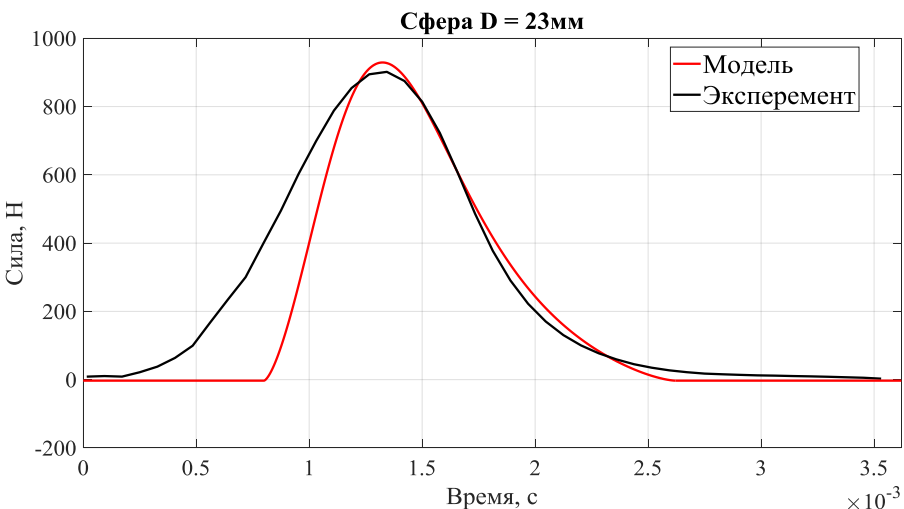
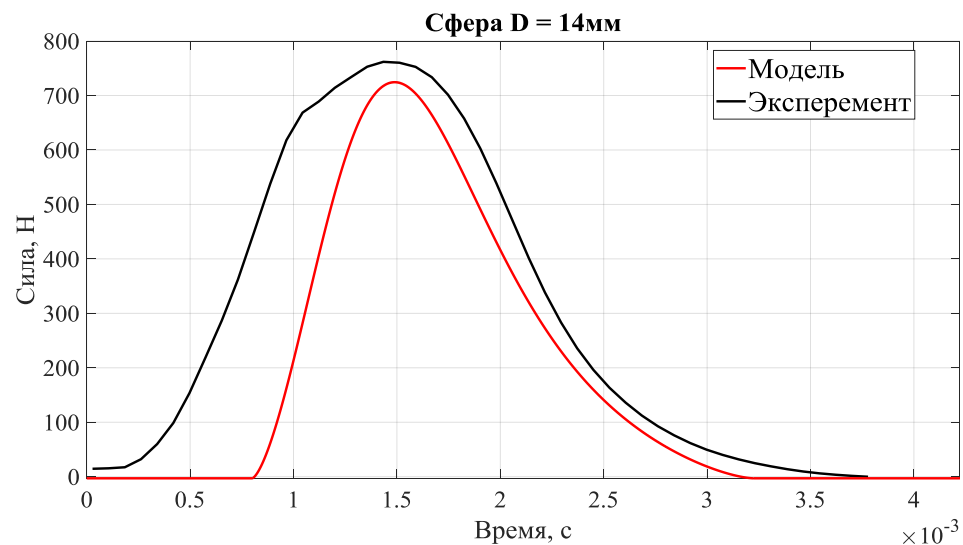
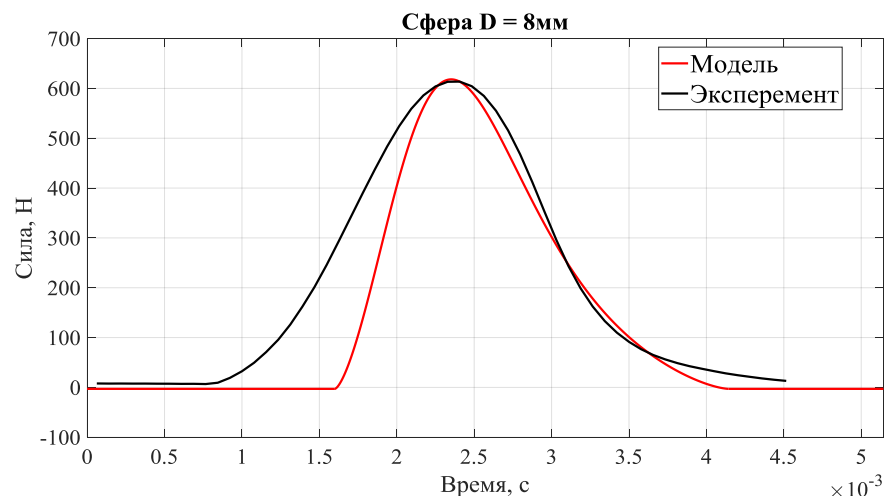
Толщина УДС: 3мм

Скорость соударения: $v_0 = 2.34 \frac{м}{с}$.

Результаты моделирования при различных материалах исполнительного элемента

Материал	Время удара, мс			Коэфф. восстановления	Максимальная сила, Н
	Теор	Эксп.	$\Delta, \%$		
Пластик	2,57	2.5	2.8	0,999	753,75
Сталь	2,51	2.5	0.4	1	771,74
Стекло	4,9	2.8	42.8	1	491

Результаты моделирования удара при различных формах исполнительного элемента по нелинейной вязкоупругой модели



Результаты моделирования удара при различной форме исполнительного элемента по нелинейной вязкоупругой модели (продолжение)

Постоянные параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа, $b = 0.5$.

Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

Форма исполнительного элемента:

Сфера $D=14$ мм

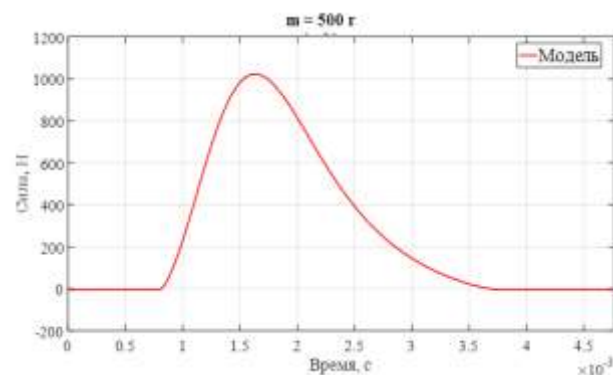
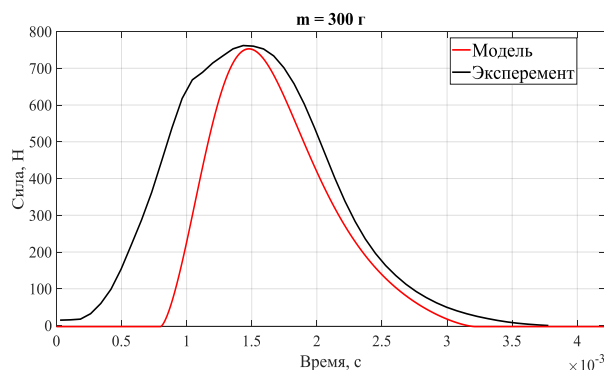
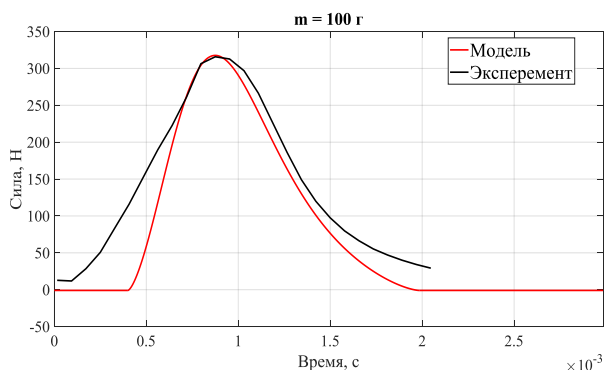
Скорость соударяемых поверхностей: $v_0 = 2.34 \frac{м}{с}$.

Толщина упруго-деформируемого слоя: 3мм

Результаты моделирования при различной форме исполнительного элемента

Форма	Время удара, мс			Коэфф. восстановления	b	d	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	Δ , %				
Шар $D=8$ мм	2,54	3.6	29.4	0,59	1	0,5	618,14
Шар $D=14$ мм	2,42	2.8	13.5	0,57	1	0,5	724,48
Шар $D=23$ мм	1,82	2.5	27.2	0,58	1	0,5	929
Цилиндр	1,7	2	15.0	0,59	1	0,5	830

Результаты моделирования удара при различной массе исполнительного элемента по нелинейной вязкоупругой модели



Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа, $b = 0.5$.

Материал УДС:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

Форма исполнительного элемента:

Сфера $D=14$ мм

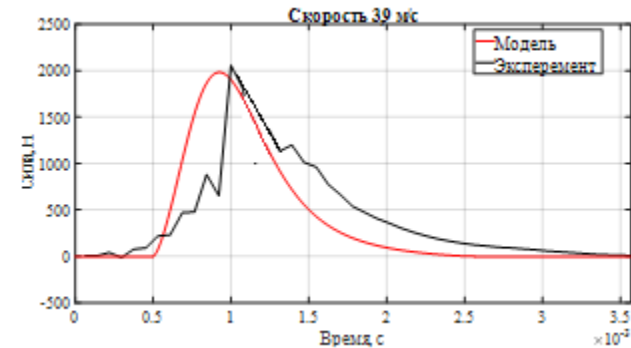
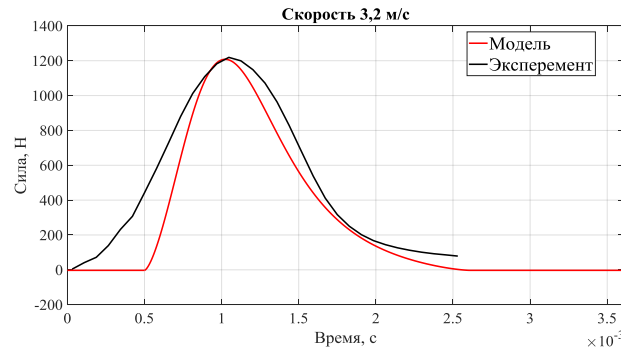
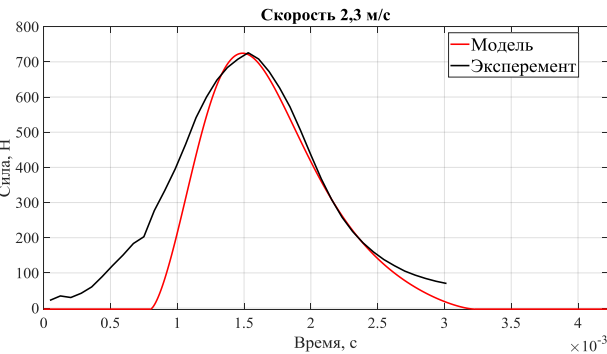
Скорость соударения: $v_0 = 2.34 \frac{м}{с}$.

Толщина УДС: 3мм

Результаты моделирования при различной массе исполнительного элемента

Массе	Время удара, мс			Коэф ф. восста нов- ления	b	d	Максимальная сила, Н
	Тео р.	Эксп .	Δ , %				
m=100г	1.58	1.9	16.8	0,6	1	0,7	317/61
m=300г	2.4	3.2	25	0,56	1	0,7	752,84
m=500г	2.8	-	-	0.51	1	0.7	1024.54

Результаты моделирования удара при различной скорости соударения по нелинейной вязкоупругой модели



Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа, $b = 0.5$.

Материал УДС:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

Форма исполнительного элемента:

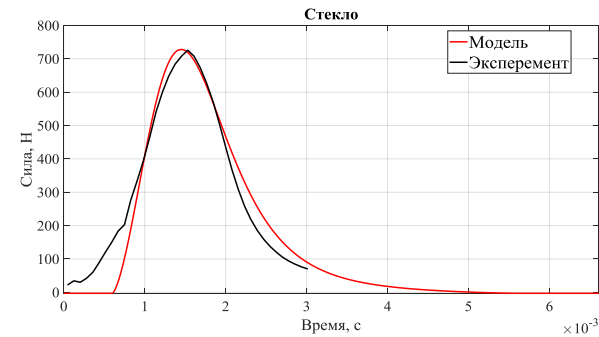
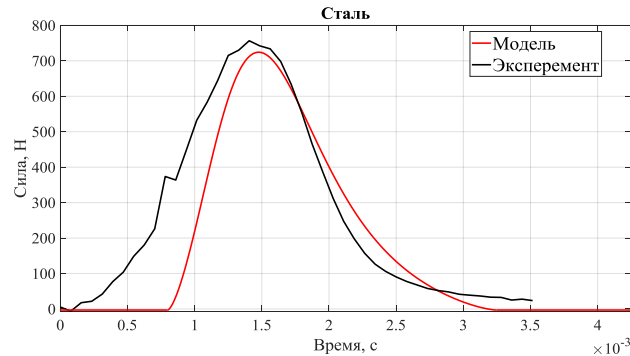
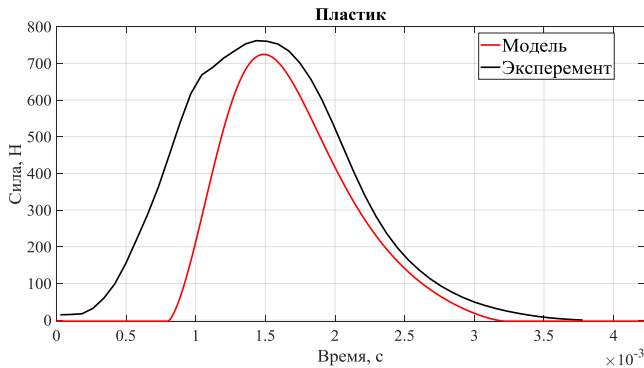
Сфера $D=14$ мм

Толщина УДС: 3 мм

Результаты моделирования при различной скорости соударения

Скорость Б	Время удара, мс			Коэфф восста нов- ления	b	d	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	Δ , %				
2,3 м/с	2,4	2.8	16.0	0,57	1	0,7	724,48
3,2 м/с	2,11	2.3	8.2	0,48	1	0,7	1208
3,9 м/с	2,0	2.1	4.7	0,39	1	0,7	1981

Результаты моделирования удара в зависимости от материала исполнительного элемента по нелинейной вязкоупругой модели



Результаты моделирования в зависимости от материала исполнительного элемента

Материал	Время удара, мс			Коэфф. восстановления	b	d	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	$\Delta, \%$				
Пластик	2,4	2.5	4	0,56	1	0,5	752,84
Сталь	2,44	2.5	2.4	0,55	1	0,4	724
Стекло	2.6	2.8	7.1	0,3	1	0,7	727,96

Постоянные параметры:

Материал УДС:

резина техническая: $E_1 = 5$ Мпа.

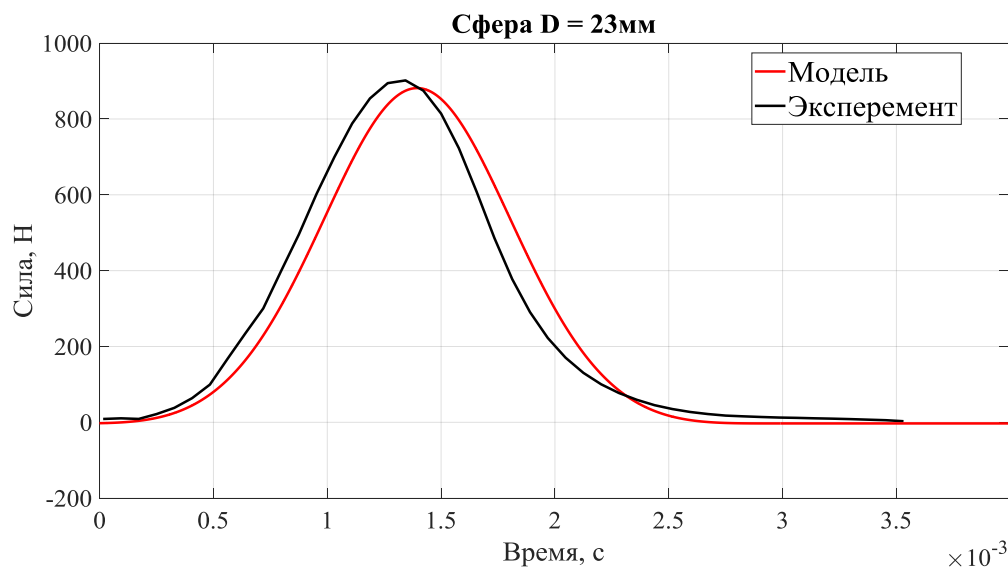
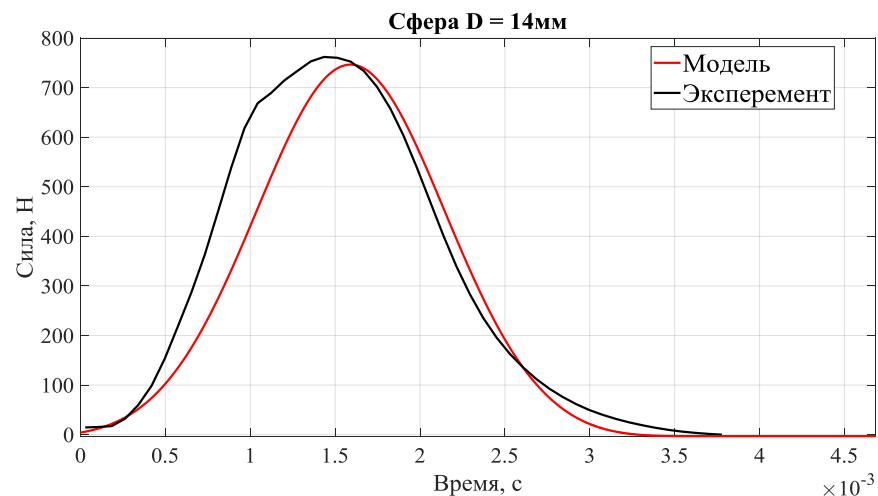
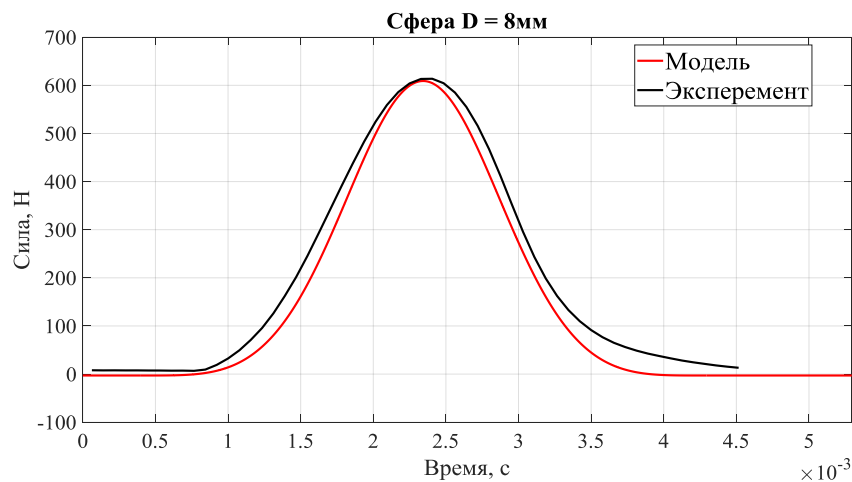
Форма исполнительного элемента:

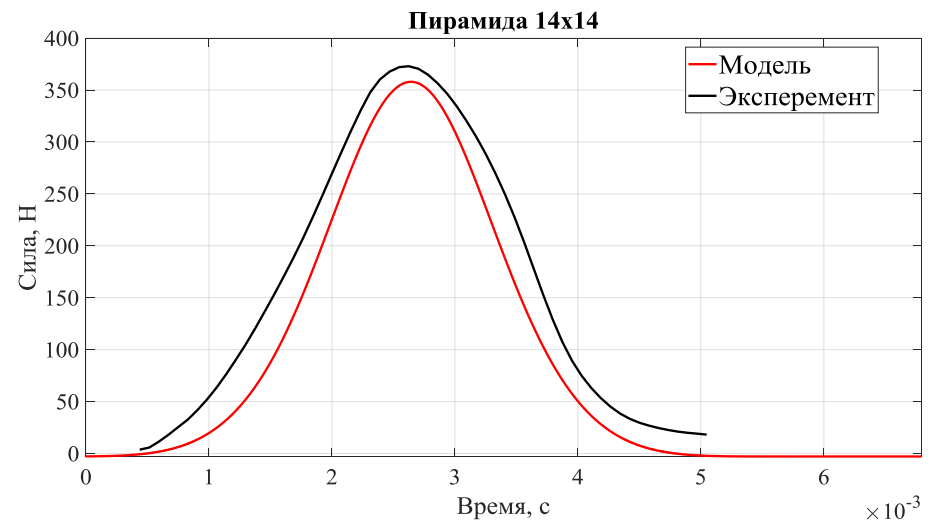
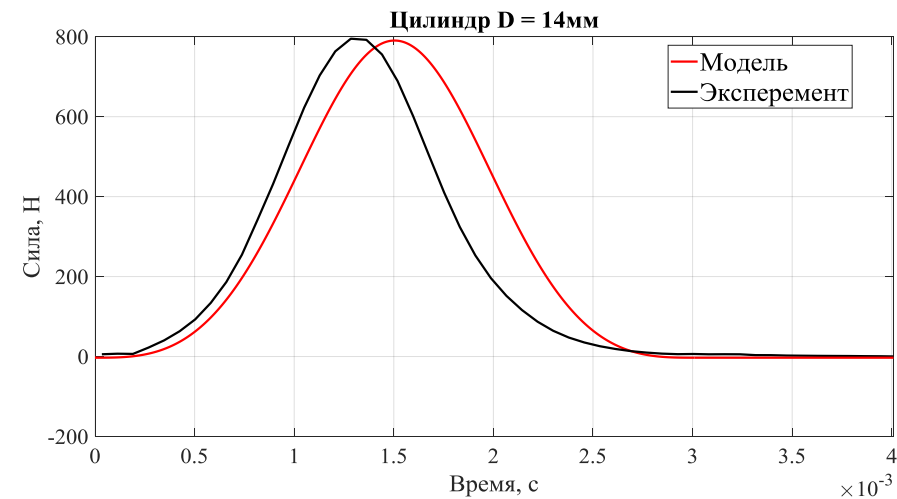
Сфера $D=14$ мм

Толщина УДС: 3мм

Скорость соударения: $v_0 = 2.34 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Результаты моделирования удара при различных формах наконечника по модели Ньютона с нелинейным коэффициентом упругости





Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:
пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа, $b = 0.5$.

Материал УДС:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

Форма исполнительного элемента:

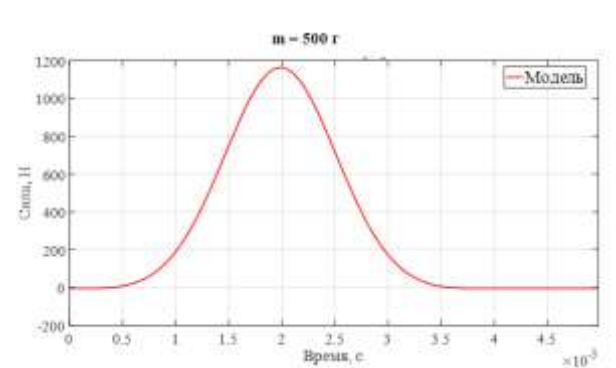
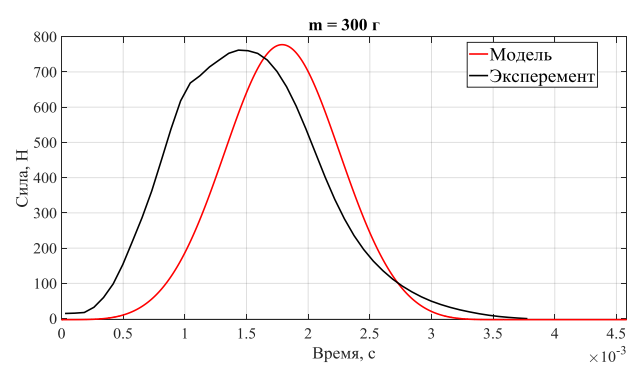
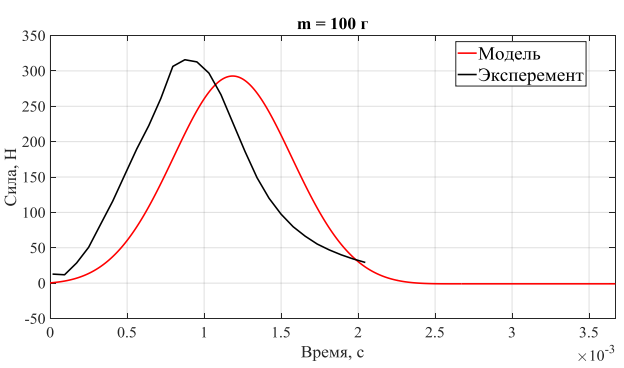
Сфера D=14 мм

Скорость соударения: $v_0 = 2.34 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Толщина УДС: 3мм

Результаты моделирования при различной форме наконечника					
Форма	Время удара, мс			Кэфф. восстано в-ления	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	Δ , %		
Шар D=8мм	3,4	3.6	5.5	0,99	609
Шар D=14мм	2.9	2.8	3.5	1	746
Шар D=23мм	2,8	2.5	12.1	1	881
Цилиндр	2,5	2	25	1	790
Пирамида	4.8	4.8	0	0,999	357

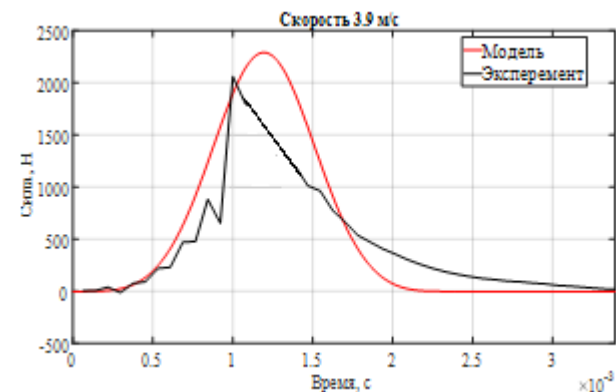
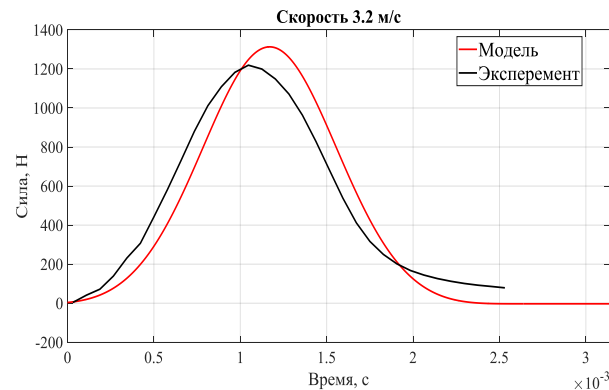
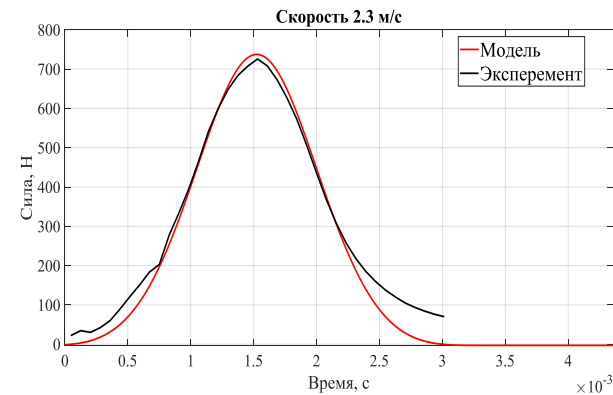
Результаты моделирования удара при различной массе исполнительного элемента по модели Ньютона с нелинейным коэффициентом упругости



Постоянные параметры:
Материал исполнительного элемента:
пластик: $E_2 = 1.73 \text{ Гпа}$, $b = 0.5$.
Материал упруго-деформированного слоя:
резина техническая: $E_1 = 5 \text{ Мпа}$.
Форма исполнительного элемента:
Сфера $D=14 \text{ мм}$
Скорость соударения: $v_0 = 2.34 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
Толщина УДС: 3мм

Результаты моделирования при различной массе исполнительного элемента					
Массе	Время удара, мс			Коэфф. восста нов- ления	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	$\Delta, \%$		
m=100г	2	1.9	5	0,99	292,75
m=300г	2.8	3.2	12/5	1	777
m=500г	3	-	-	-1	1184.78

Результаты моделирования удара при различной скорости соударения по модели Ньютона с нелинейным коэффициентом упругости



Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

пластик: $E_2 = 1.73$ ГПа, $b = 0.5$.

Материал УДС:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

Форма исполнительного элемента:

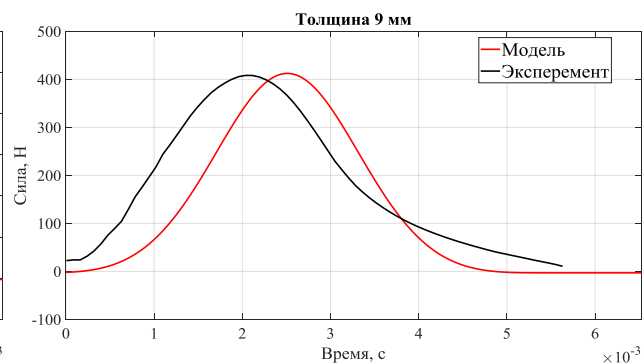
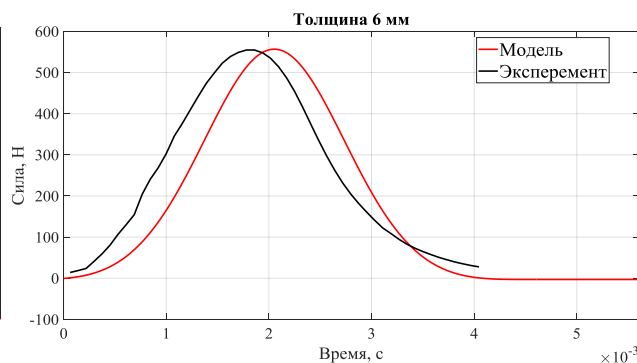
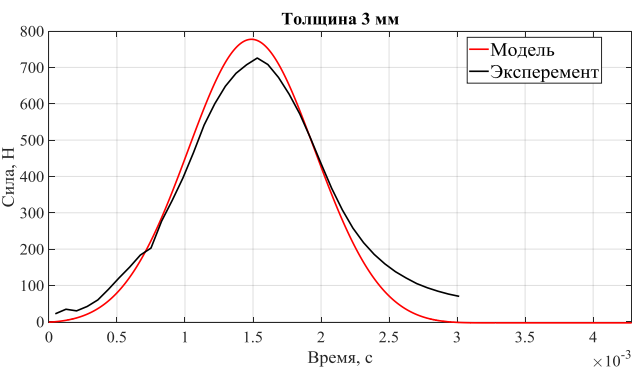
Сфера $D=14$ мм

Толщина УДС: 3мм

Результаты моделирования при различной форме наконечника

Скорость	Время удара, мс			Коэфф. восстановления	Максимальная сила, Н
	Теор.	Эксп.	$\Delta, \%$		
2,3 м/с	3	2.8	7.1	0,997	737,41
3,2 м/с	2,3	2.3	0*	1	1313
3,9 м/с	2,2	2.1	4.7	1	2288,5

Результаты моделирования удара при различных значениях толщины упруго-деформируемого слоя по модели Ньютона с нелинейным коэффициентом упругости



Результаты моделирования при различной толщине упруго – деформируемого слоя

h, мм	Время удара, мс			Коэфф. восстановления	Максимальная сила, Н
	Теор	Эксп.	Δ , %		
3	3,1	2.5	24.0	0,998	777
6	4,1	3.7	10.8	1	556.73
9	5	4.8	4.1	1	412

Неизменяемые параметры:

Материал исполнительного элемента:

стекло кварцевое: $E_2 = 1.73$ ГПа, $b = 0.5$.

Форма исполнительного элемента:

Сфера $D=14$ мм

Материал упруго-деформированного слоя:

резина техническая: $E_1 = 5$ МПа.

Масса исполнительного элемента: $m = 0.3$ кг.

Скорость соударения поверхностей: $v_0 = 2.34 \frac{м}{с}$.

Выводы

1. В представленной работе был проведён анализ существующих моделей удара, а так же определены параметры, влияющие на длительность ударного импульса:
 - Толщина и материал упруго-деформированного слоя, расположенного между объектом испытаний и исполнительной поверхностью
 - Форма и материал исполнительного элемента
 - Скорость соударения
 - Масса наконечника исполнительного элемента.
2. Из рассмотренных моделей удара наилучшим образом соответствует результатам экспериментальных исследований модель Ньютона с нелинейным коэффициентом упругости. Для моделирования ударов при большой толщине УДС подходит нелинейная вязкоупругопластичная модель. Разработан алгоритм для применения математического аппарата для проведения ударных испытаний

Список литературных источников

1. Аппель П. Теоретическая механика. Т. 2. Москва, Физматгиз, 1960, 487 с.
2. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. Москва, Изд-во литературы по строительству, 1965, 448 с.
3. Лапшин В.В., Дубинин В.В. Абсолютно неупругий удар тела о шерохова-тую поверхность. ИПМ РАН. Препринт, 1998, № 18, 18 с.\
4. Боровин Г.К., Лапшин В.В. Обобщенная модель удара Герца — Ханта — Кроссли // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2018. № 6. С. 18–30. DOI: 10.18698/1812-3368-2018-6-18-30