



Математическое моделирование и оптимизация источника энергии системы пассивной безопасности автотранспорта

А.Ю. Бушув¹, М.Ю. Иванов^{1,2}, М.Л. Кузнецов^{1,2}, И.Г. Шуба²

• ¹МГТУ им. Н.Э. Баумана,

²АО «ВПК «НПО машиностроения»,

- **Цель работы:**

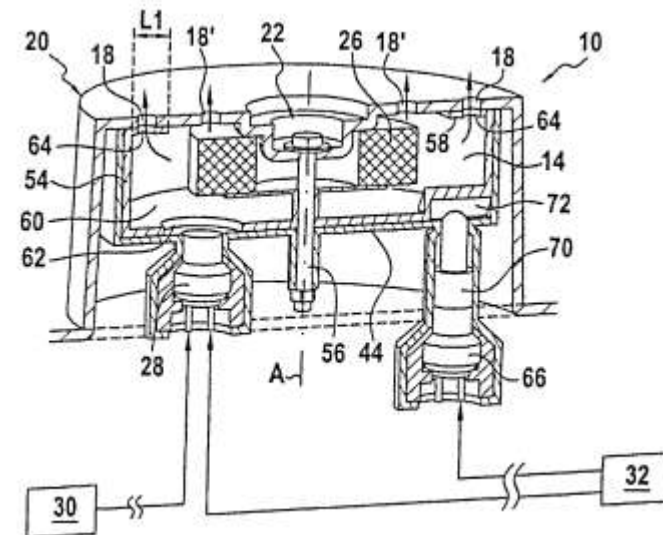
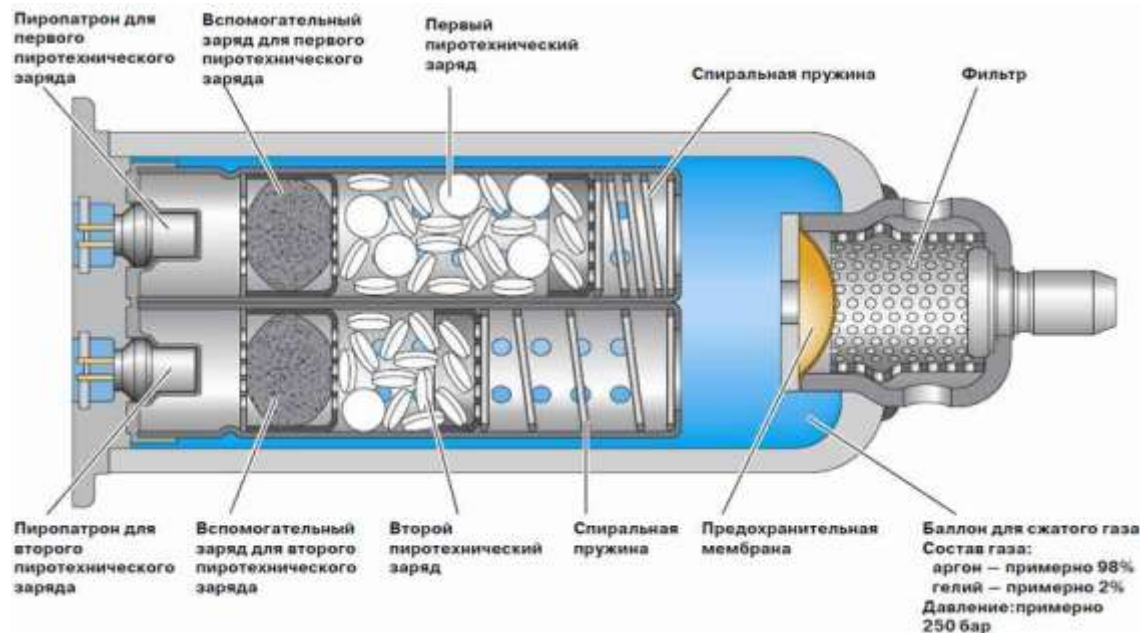
Разработка программно-математического обеспечения для эвристической оптимизации генератора газа на твёрдом топливе.

- **Задачи работы:**

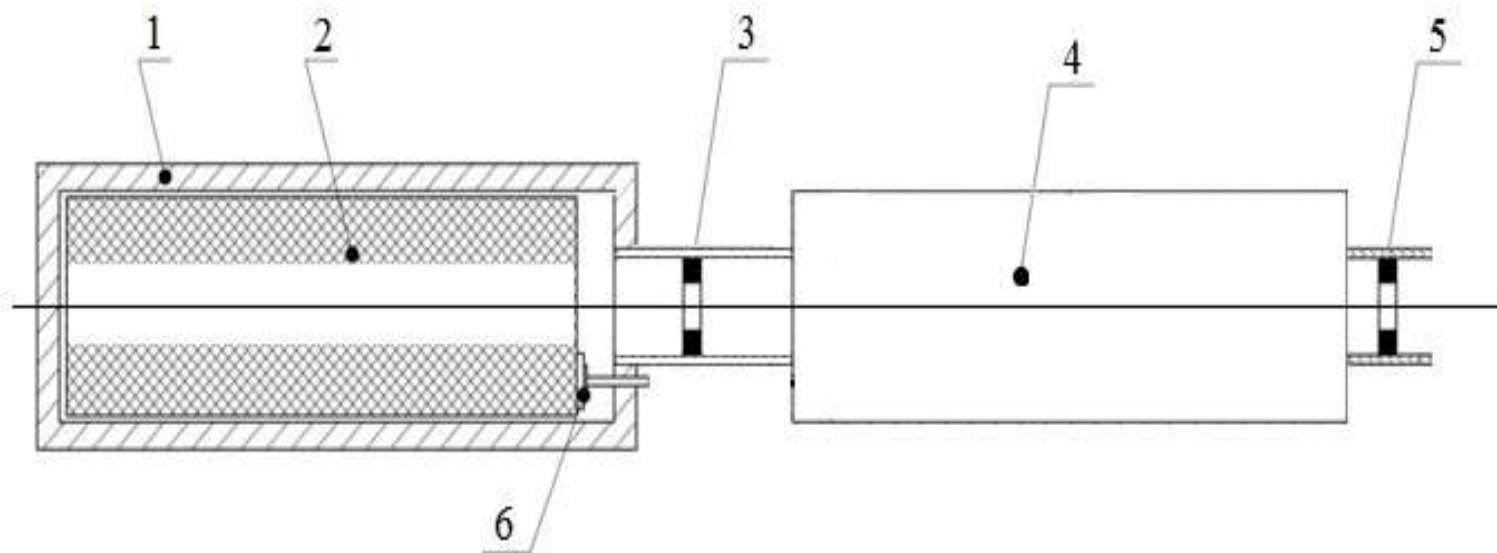
- 1) Разработать математическую модель нестационарных физических процессов, происходящих в пневматической системе «газогенератор – ресивер» пассивной безопасности автомобиля
- 2) Сформулировать целевую функцию и выбрать управляемые параметры задачи оптимизации
- 3) Разработать конечно-разностный метод для решения задачи анализа и эвристического метода решения задачи оптимизации
- 4) Создать программный комплекс для компьютерного моделирования физических процессов в пневматической системе «газогенератор-ресивер» с возможностью выбора оптимальных проектных параметров системы
- 5) Верифицировать вычислительные алгоритмы программного комплекса на тестовых задачах, выполнить вычислительные эксперименты

Технический объект

Твердотопливные газогенераторы используются для получения горячего или холодного газа заданного давления. Твердотопливные газогенераторы широко применяются в источниках энергии системы пассивной безопасности автотранспорта, системах аварийного спасения и системах наддува различного характера.



Расчётная схема пневматической системы



1 — корпус, 2 — заряд твёрдого топлива, 3, 5 — дроссели, 4 — ресивер постоянного объема, 6 — воспламенитель

Математическая модель внутренней баллистики газогенератора и физических процессов в ресивере (1/4)

$$\left\{ \begin{array}{l} d\tilde{p}_{ES} / d\tilde{t} = \left(\tilde{S}_{fue}(\tilde{e}) \tilde{\rho}_{fue} \tilde{u} R_{fue} (1 - \chi_{ES}) \tilde{\theta}_V - n R_{fue} \tilde{\theta}_{ES} \tilde{G} - \tilde{p}_{ES} \tilde{S}_{fue}(\tilde{e}) \tilde{u} \right) / \tilde{W} \\ d\tilde{\theta}_{ES} / d\tilde{t} = \tilde{\theta}_{ES} \left(\tilde{S}_{fue}(\tilde{e}) \tilde{\rho}_{fue} \tilde{u} R_{fue} \left((1 - \chi_{ES}) \tilde{\theta}_V - \tilde{\theta}_{ES} \right) - (n - 1) R_{fue} \tilde{\theta}_{ES} \tilde{G} \right) / \tilde{W} \tilde{p}_{ES} \\ d\tilde{W} / d\tilde{t} = \tilde{S}_{fue}(\tilde{e}) \tilde{u}; \quad d\tilde{e} / d\tilde{t} = \tilde{u} \\ dp_{elk} / dt = kR(\theta G - T_{elk} G_{elk}) / V_{elk} \\ d\tilde{p}_{vol} / d\tilde{t} = R_{fue} n \left(\left(\tilde{\theta} + (1 - \chi_{vol}) (\tilde{\theta}_{ES} - \tilde{\theta}) \right) \tilde{G} - \tilde{\theta}_{vol} \tilde{G}_{vol} \right) / \tilde{V}_{vol} \\ d\tilde{\theta}_{vol} / d\tilde{t} = R_{fue} \tilde{\theta}_{vol} \left(\left(n \left(\tilde{\theta} + (1 - \chi_{vol}) (\tilde{\theta}_{ES} - \tilde{\theta}) \right) - \tilde{\theta}_{vol} \right) \tilde{G} + (1 - n) \tilde{\theta}_{vol} \tilde{G}_{vol} \right) / \tilde{p}_{vol} \tilde{V}_{vol} \end{array} \right.$$

Определяющие соотношения

(уравнения состояния совершенного газа):

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{p} = \tilde{\rho} R \tilde{T} \\ \tilde{p}_{elk} = \tilde{\rho}_{elk} R T_{elk} \end{array} \right.$$

Начальные условия для задачи Коши:

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{ES}(t_0) &= p_{ES0}; \quad \tilde{\theta}_{ES}(t_0) = \theta_{ES0}; \quad \tilde{W}(t_0) = W_0; \\ \tilde{e}(t_0) &= e_0; \quad \tilde{p}_{vol}(t_0) = p_{vol0}; \quad \tilde{\theta}_{vol}(t_0) = \theta_{vol0}; \end{aligned}$$

Основные параметры(2/4)

$\tilde{t}$ – время,

$\tilde{p}_{ES}$ – давление газа в камере сгорания,

$\tilde{W}$ – свободный объём в камере сгорания,

$\tilde{S}_{fuel}(\tilde{e})$ – площадь поверхности горения заряда

твёрдого топлива,

$\tilde{e}$ – свод горения,

$\tilde{\rho}_{fuel}$ – плотность заряда твёрдого топлива,

$\tilde{u}$ – скорость горения заряда,

R_{fuel} – газовая постоянная продуктов сгорания заряда,

χ_{ES} – коэффициент тепловых потерь газогенератора,

$0 < \chi_{ES} < 1$,

$\tilde{\theta}_V$ – изохорная температура горения, $n = c_p / c_V$,

$\tilde{\theta}_{ES}$ – температура газа в камере сгорания,

$\tilde{G}$ – массовый расход газовой фазы из газогенератора,

$\tilde{p}_{vol}$ – давление газа в наполняемой полости,

$\tilde{V}_{vol}$ – объём ресивера,

$\tilde{\theta}$ – температура внешней среды,

χ_{vol} – коэффициент тепловых потерь полости

переменного объёма,

$\tilde{\theta}_{vol}$ – температура в ресивере,

$\tilde{G}_{vol}$ – массовый расход газовой фазы из ресивера.

Математическая модель внутренней баллистики газогенератора и физических процессов в ресивере (3/4)

$$\tilde{G} = \begin{cases} 0, & \text{если } \tilde{p}_{vol} \geq \tilde{p}; \\ \mu_{экс} \tilde{f}_{экс} \psi \sqrt{\frac{2k}{k-1} \tilde{p} \tilde{\rho}}, & \text{если } \tilde{p} > \tilde{p}_{vol} > \tilde{p}^{кр}; \\ \mu_{экс} m \tilde{f}_{экс} \frac{\tilde{p}}{\sqrt{\tilde{T}}}, & \text{если } \tilde{p}_{vol} \leq \tilde{p}^{кр}, \end{cases}$$

$$\psi = \sqrt{\left(\frac{\tilde{p}_{элк}}{\tilde{p}}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{\tilde{p}_{элк}}{\tilde{p}}\right)^{\frac{(k+1)}{k}}};$$

$\tilde{f}_{экс}$ – площадь дросселя между КС и наполняемой ёмкостью, $\tilde{f}_{экс} = \frac{\pi \tilde{d}_{экс}^2}{4}$

$\tilde{p}^{кр}$ - критическое давление в КС, $\tilde{p}^{кр} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \tilde{p}$;

$\tilde{\rho}_{ЕС}$ - плотность газа в КС, $\tilde{\rho} = \frac{R\tilde{\theta}}{\tilde{p}}$,

$$m = \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

КС – камера сгорания

$\tilde{G}$ – массовый расход газа

Математическая модель внутренней баллистики газогенератора и физических процессов в ресивере (4/4)

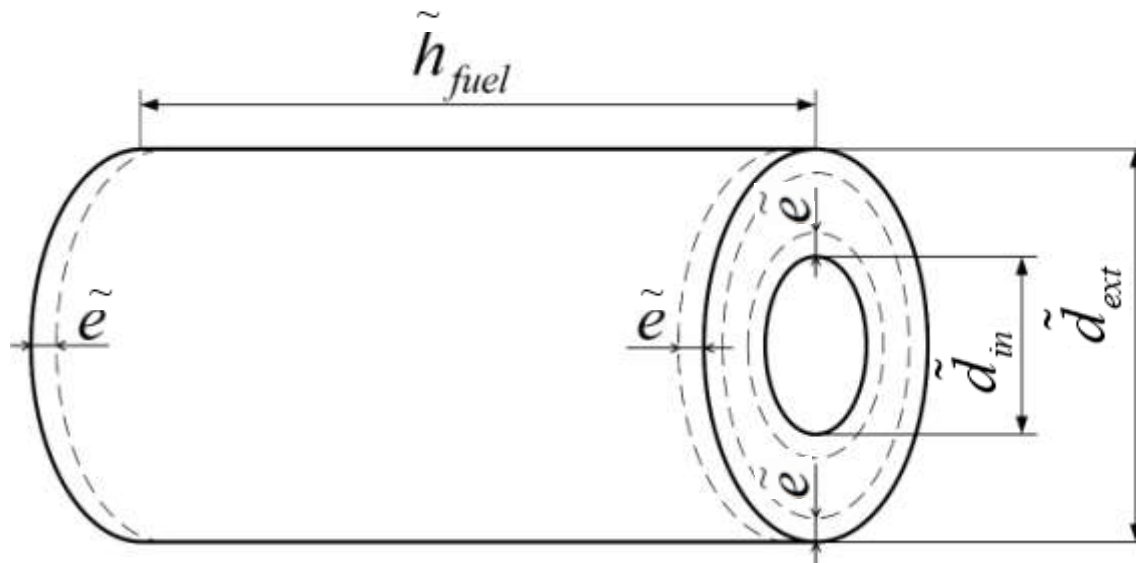


Схема заряда твёрдого топлива (ЗТТ)

$\tilde{h}_{fuel}$ - длина ЗТТ, $\tilde{h}_{fuel} = \tilde{h}_{fuel0} - 2\tilde{e}$

$\tilde{d}_{ext0}$ - внешний диаметр ЗТТ, $\tilde{d}_{ext} = \tilde{d}_{ext0} - 2\tilde{e}$

$\tilde{d}_{in0}$ - внутренний диаметр ЗТТ, $\tilde{d}_{in} = \tilde{d}_{in0} + 2\tilde{e}$

$\tilde{e}$ – свод горения

Площадь поверхности горения ЗТТ:

$$\tilde{S} = \tilde{h}_{fuel} \pi (\tilde{d}_{ext} - \tilde{d}_{in}) + \frac{\pi}{2} (\tilde{d}_{ext}^2 - \tilde{d}_{in}^2)$$

Условия сгорания шашки:

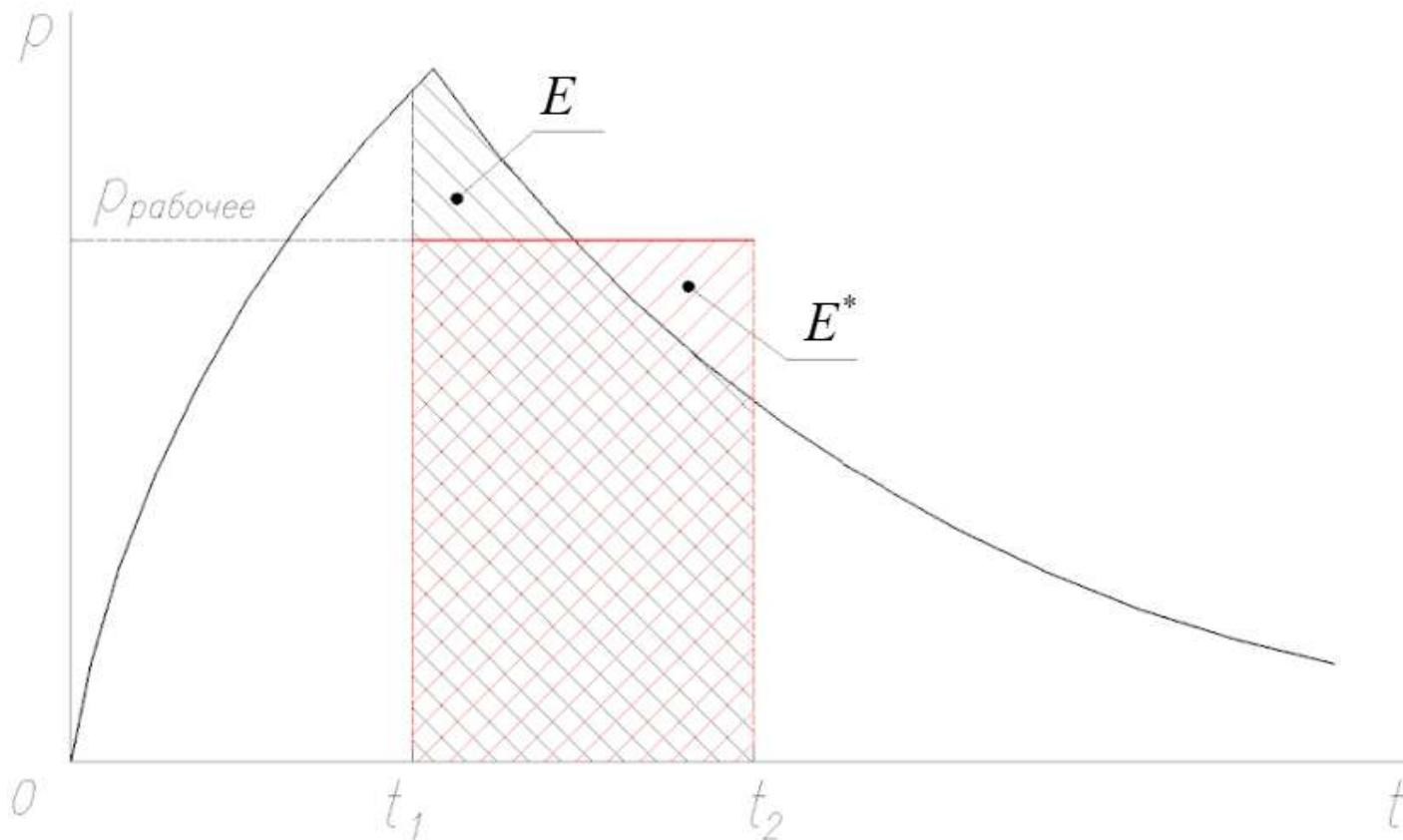
$$\begin{cases} \tilde{h}_{fuel} \leq 0 \\ \tilde{d}_{ext} - \tilde{d}_{in} \leq 0 \end{cases}$$

Целевая функция задачи оптимизации

$$F = |E^* - E| \rightarrow \min,$$

$E^* = p^* \Delta t$ - Энергетическая эффективность газогенератора

$$E = \int_0^{\Delta t} p(\tau) d\tau$$



Конечно-разностные методы задачи анализа

Явная конечно-разностная схема
метода Рунге – Кутты четвёртого
порядка аппроксимации

$$y_{j+1} = y_j + \frac{h}{6}(K_{1j} + 2K_{2j} + 2K_{3j} + K_{4j})$$

$$K_{1j} = F(t_j, y_j); K_{2j} = F\left(t_j + \frac{h}{2}, y_j + \frac{h}{2}K_{1j}\right);$$

$$K_{3j} = F\left(t_j + \frac{h}{2}, y_j + \frac{h}{2}K_{2j}\right);$$

$$K_{4j} = F(t_j + h, y_j + hK_{1j});$$

Явная конечно-разностная схема
метода Кутты - Мерсона

$$\tilde{y}_{j+1} = y_j + \frac{h}{2}(K_{1j} - 3K_{3j} + 4K_{4j})$$

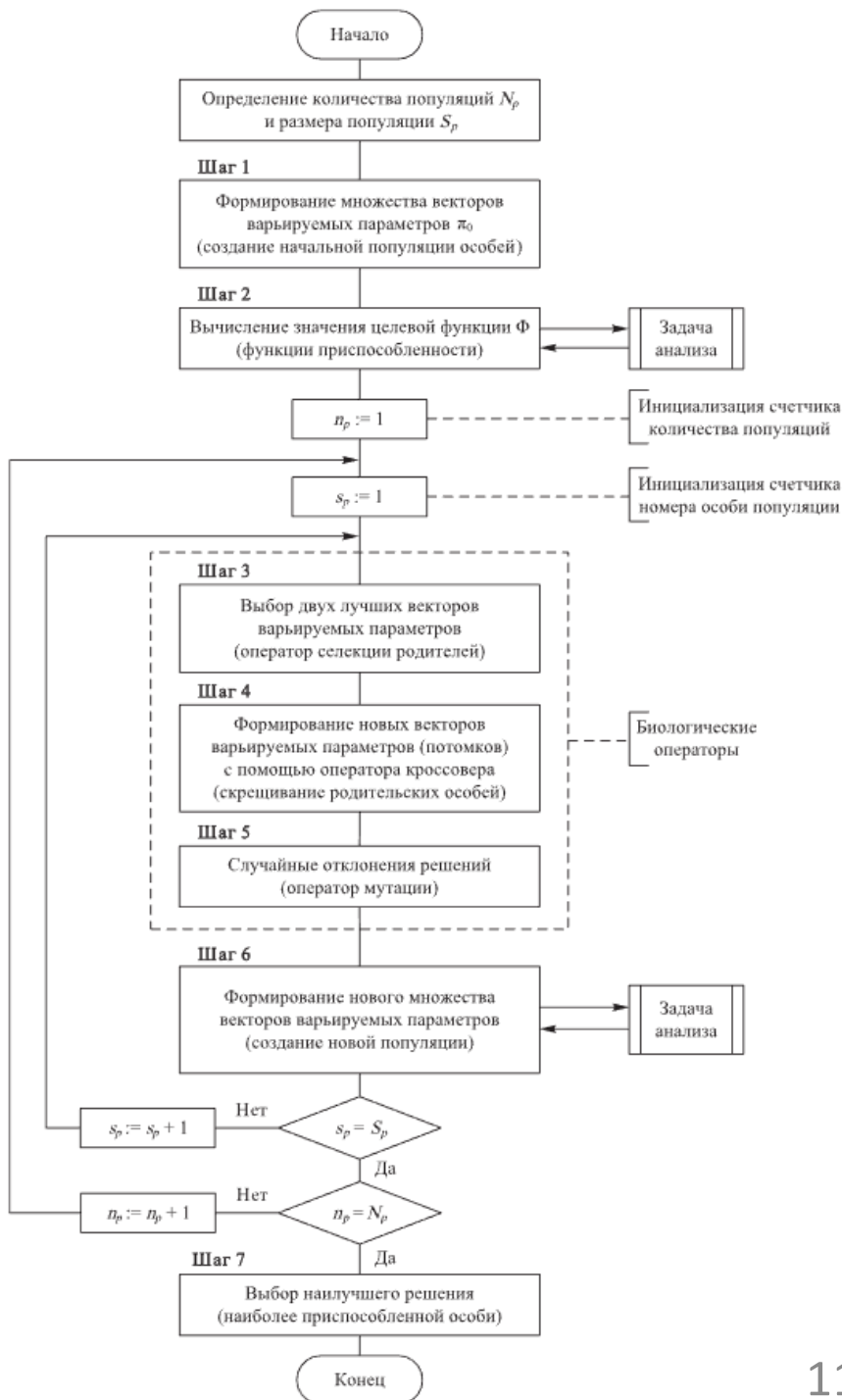
$$y_{j+1} = y_j + \frac{h}{6}(K_{1j} + 4K_{4j} + K_{5j})$$

$$K_{1j} = F(t_j, y_j); K_{2j} = F\left(t_j + \frac{h}{3}, y_j + \frac{h}{3}K_{1j}\right);$$

$$K_{3j} = F\left(t_j + \frac{h}{3}, y_j + \frac{h}{6}K_{1j} + \frac{h}{6}K_{2j}\right);$$

$$K_{4j} = F\left(t_j + \frac{h}{2}, y_j + \frac{h}{8}K_{1j} + \frac{3h}{8}K_{2j}\right);$$

$$K_{5j} = F\left(t_j + h, y_j + \frac{h}{2}K_{1j} - \frac{3h}{2}K_{3j} + 2hK_{4j}\right);$$



Алгоритм задачи оптимизации

Обобщенная блок-схема базового генетического алгоритма с вещественным кодированием

Далее для поиска глобального минимума в найденной области Применяется модифицированный алгоритм Хука-Дживса

Создание программного комплекса для компьютерного моделирования физических процессов в пневматической системе газогенератор-ресивер с возможностью выбора оптимальных проектных параметров системы

Разработано программно-математическое обеспечение для компьютерного моделирования нестационарных физических процессов, происходящих в пневматической системе «газогенератор – ресивер». Логическая структура программного комплекса определяется тремя модулями:

«Решение задачи анализа»

«Оценка чувствительности задачи»

«Решение задачи оптимизации».

Результаты верификации эвристического алгоритма задачи оптимизации

Функция Растригина

$$F(x_1, x_2) = 20 - (10 \cos(2\pi x_1) - x_1^2) - (10 \cos(2\pi x_2) - x_2^2); \quad x_1, x_2 \in [-5; 5].$$

Результаты работы метода оптимизации для функции Растригина

Наименование	Значение
Теоретические значения	
Значение функции f	0
Значение x_1	0
Значение x_2	0
Полученные значения	
Значение функции f	0
Значение x_1	$-2,1 \cdot 10^{-10}$
Значение x_2	$-8,31 \cdot 10^{-9}$
Относительные погрешности	
Погрешность функции Δf	0
Погрешность Δx_1	$-2,1 \cdot 10^{-10}$
Погрешность Δx_2	$-8,31 \cdot 10^{-9}$

Функция Экли

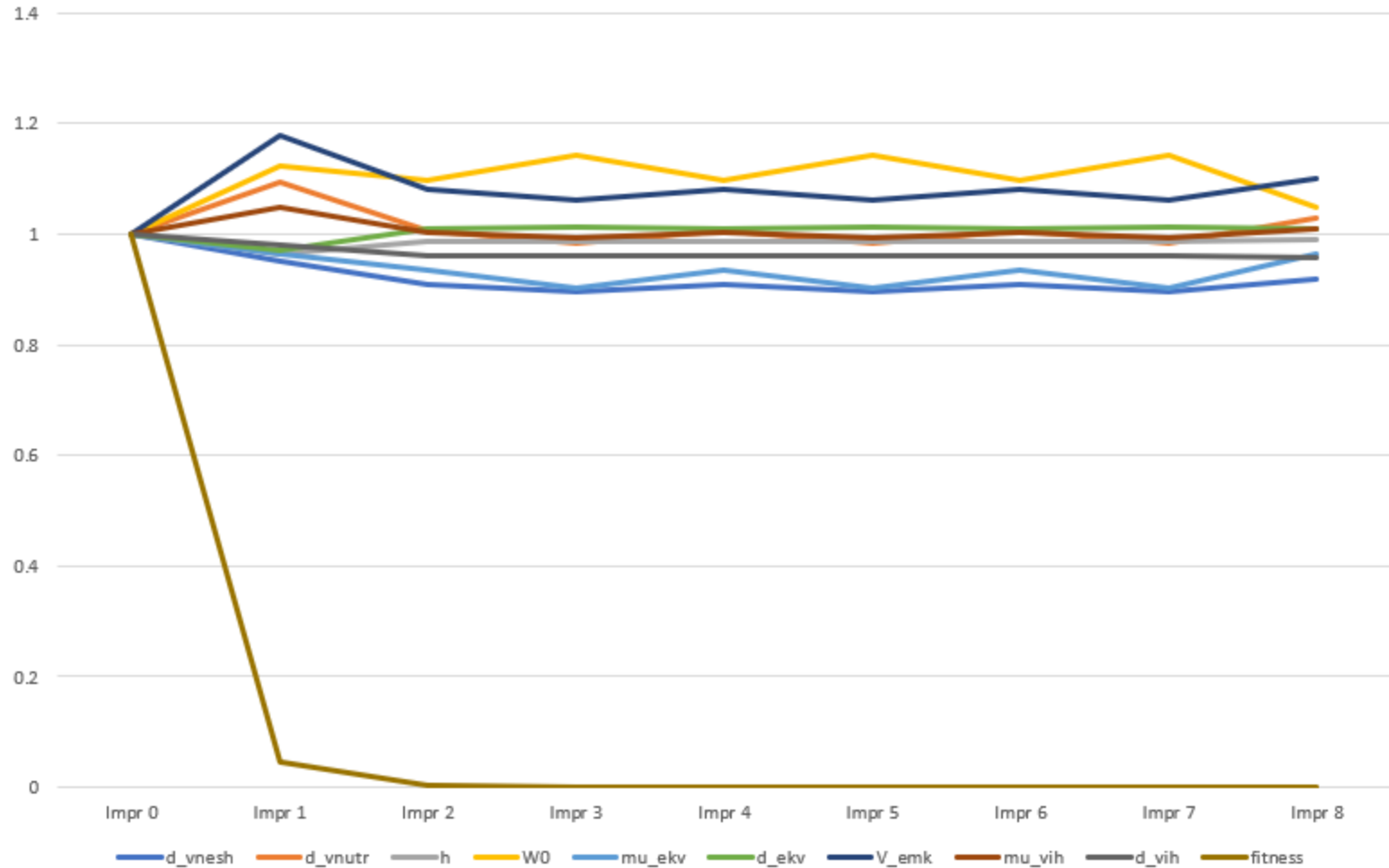
$$F(x_1, x_2) = e - 20 \exp\left(-\sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2}{50}}\right) - \exp\left(\frac{1}{2}(\cos(2\pi x_1) + \cos(2\pi x_2))\right); \quad x_1, x_2 \in [-10; 10].$$

Результаты работы метода оптимизации для функции Экли

Наименование	Значение
Теоретические значения	
Значение функции f	-20
Значение x_1	0
Значение x_2	0
Полученные значения	
Значение функции f	-20
Значение x_1	$-1,52 \cdot 10^{-16}$
Значение x_2	$-2,76 \cdot 10^{-17}$
Относительные погрешности	
Погрешность функции Δf	0
Погрешность Δx_1	$-1,52 \cdot 10^{-16}$
Погрешность Δx_2	$-2,76 \cdot 10^{-17}$

Результаты процедуры оптимизации

График изменения варьируемых параметров



Выводы

- 1) Разработана математическую модель с сосредоточенными параметрами, позволяющая описывать нестационарные физические процессы, происходящие в пневматической системе газогенератор – ресивер
- 2) Выбран вид целевой функции и управляемые параметры для решения задачи оптимизации, по достижению заданного значения энергетической эффективности газового генератора
- 3) Выбран явный конечно-разностный метод для решения задачи анализа и эвристический алгоритм для решения задачи оптимизации, позволяющие значительно упростить разработку программного кода
- 4) Создан программный комплекс для компьютерного моделирования физических процессов в пневматической системе «газогенератор-ресивер» позволяющий пользователю выбирать оптимальные проектные параметры системы пассивной безопасности автомобиля
- 5) Вычислительные алгоритмы программного комплекса верифицированы на соответствующих тестовых задачах и установлено, что для достижения заданного значения энергетической эффективности газогенератора E^* его масса должна быть уменьшена на $\sim 20\%$ по сравнению с агрегатом, масса которого получена при номинальных значениях управляемых параметров

Спасибо за внимание!